Cd	二 次 関 数 編	正 答 ・ 解 説

正　答

問題番号	解答記号	正　解
1.	ア	1
	$\dfrac{イ}{ウ}$	$\dfrac{3}{2}$
	$\dfrac{エオカ}{キ}$	$\dfrac{-25}{8}$
	クケ	12
	コサ	-1
	$\dfrac{シ}{ス}$	$\dfrac{1}{3}$

問題番号	解答記号	正　解
2.	アイ	-1
	ウ	1
	エオ	-1
	カ	3
	キ	1
	クケ	25
	$\dfrac{コサ}{シ}$	$\dfrac{-1}{2}$
	ス	2

解　説

1.　C： $y=(a^2+1)x^2+(2a-3)x-3$ ……(※)

(1)（※)が点 $(-1, 0)$ を通るから

$$0=(a^2+1)-(2a-3)-3$$
$$0=a^2+1-2a+3-3$$
$$a^2-2a+1=0 \quad (a-1)^2=0 \quad a=\underline{1}$$

(※)へ代入すると

$$y=2x^2-x-3$$

x 軸の交点は $y=0$ を代入し
$2x^2-x-3=0$
これを解くと

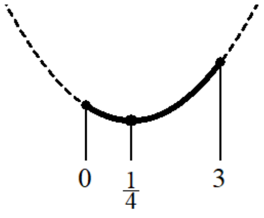
$$(x+1)(2x-3)=0 \quad x=-1,\ \frac{3}{2}$$

よって、交点座標は $(-1, 0)$ と $\left(\underline{\frac{3}{2}}, 0\right)$

$y=2x^2-x-3$ を平方完成する。

$$y=2\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)-3$$
$$=2\left\{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{16}\right\}-3$$
$$=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{8}-3$$
$$=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$$

$0 \leqq x \leqq 3$ におけるグラフは下図。

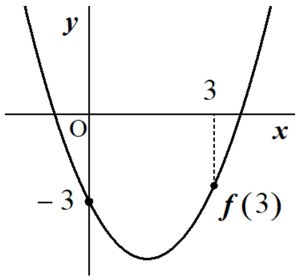


$0 \leqq x \leqq 3$ の範囲内で最小となるのは
$x=\frac{1}{4}$ のときで、その値は $\underline{-\frac{25}{8}}$ である。
また、最大となるのは $x=3$ のときで、
その値は $2\cdot 3^2-3-3=18-3-3=\underline{12}$

(2)（※)について、

$a^2+1>0$ よりグラフは下に凸になる。

また $x=0$ のとき $y=-3$ となり、
a の値に関わらず、グラフは
点 $(0, -3)$ を通ることもわかる。
以上から、グラフが x 軸の $x \leqq 3$ の部分の
1 点を通るとき、下図のようになる。



図から、 $f(3) \leqq 0$ とわかるので、

$$(a^2+1)\cdot 3^2+(2a-3)\cdot 3-3 \leqq 0$$

これを解くと

$$9a^2+9+6a-9-3 \leqq 0$$
$$9a^2+6a-3 \leqq 0$$
$$3a^2+2a-1 \leqq 0$$
$$(3a-1)(a+1) \leqq 0 \quad \underline{-1} \leqq a \leqq \underline{\frac{1}{3}}$$

2.　①式を平方完成する。

$$\begin{aligned} y &= 4x^2-8x+5 \\ &= 4(x^2-2x)+5 \\ &= 4\left\{(x-1)^2-1\right\}+5 \\ &= 4(x-1)^2+1 \end{aligned}$$

頂点 $(1\,,\,1)$

②式の頂点は $(-a\,,\,b)$

(1)　C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき、

$(-a\,,\,b)=(1\,,\,1)$ であるから、

$a=\underline{-1}\,,\ b=\underline{1}$

(2)　①について、$y=17$ となるとき

$4x^2-8x+5=17$

これを解くと

$4x^2-8x-12=0$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad x=\underline{-1}\,,\ \underline{3}$

②においても $y=17$ のとき $x=-1\,,\,3$ なら、2 次関数のグラフの対称性を利用すると

軸は $x=\dfrac{-1+3}{2}=\underline{1}$

②式：$y=-2(x-1)^2+b$ が $(-1\,,\,17)$ を

通るから、

$17=-2(-1-1)^2+b$

$b=17+8=25$

②式は、$y=-2(x-1)^2+25$ と決まるので

頂点は $(1\,,\,\underline{25}\,)$ となる。

【別解】

2 点 $(-1\,,\,17)\,,\,(3\,,\,17)$ を代入して

$a\,,\ b$ を求めることもできる。

(3)　C_1 を x 軸方向に c 、y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動すると、頂点は $(1+c\,,\,1-4c)$

このときの式は、$y=4(x-1-c)^2+1-4c$

これが $(0\,,\,4)$ を通るから

$4=4(-1-c)^2+1-4c$

これを解くと

$4=4(c^2+2c+1)+1-4c$

$4=4c^2+8c+4+1-4c$

$4c^2+4c+1=0$

$(2c+1)^2=0 \quad c=\underline{-\dfrac{1}{2}}$

グラフは y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動したことと、$c=-\dfrac{1}{2}$ から

$-4c=-4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2$

よって、移動した放物線の最長値は

①の最小値より $\underline{2}$ だけ大きい