

Ac	一次関数編	正答・解説
----	-------	-------

正 答

問題 番号	解 答 記 号	正 解
1.	アイ $<a<$ ウ	$-2<a<4$
	エ $<a<$ オ	$0<a<4$
	カキ	-2
	$\frac{\text{ク}\sqrt{\text{ケ}}-\text{コ}}{\text{サシ}}$	$\frac{5\sqrt{3}-6}{13}$

問題 番号	解 答 記 号	正 解
2.	$-\text{ア}a+\text{イ}$	$-3a+1$
	ウ $a+\text{エ}$	$2a+1$
	オ $a+\text{キ}$	$-a+2$
	$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\frac{2}{5}$

解 説

1.

$$(1) y = (a^2 - 2a - 8)x + a \quad \cdots \textcircled{1}$$

の傾きが負だから

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$

これを解くと

$$(a+2)(a-4) < 0 \quad \underline{-2} < a < \underline{4}$$

$$(2) \text{ 直線 } \ell \text{ と } x \text{ 軸との交点は } (b, 0)$$

これを①へ代入する

$$(a^2 - 2a - 8)b + a = 0$$

$a^2 - 2a - 8 \neq 0$ であるから

$$(a^2 - 2a - 8)b = -a$$

$$b = -\frac{a}{a^2 - 2a - 8}$$

$a > 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは

$$b = -\frac{a}{a^2 - 2a - 8} > 0$$

$$\frac{a}{a^2 - 2a - 8} < 0$$

$$a^2 - 2a - 8 < 0$$

$$(a+2)(a-4) < 0$$

$$\underline{-2} < a < \underline{4}$$

$$a > 0 \text{ より、} \underline{0} < a < \underline{4}$$

$a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは

$$a^2 - 2a - 8 > 0$$

$$(a+2)(a-4) > 0$$

$$a < -2, 4 < a$$

$$a \leq 0 \text{ より、} a < \underline{-2}$$

また、

$$b = -\frac{a}{a^2 - 2a - 8} \quad \sim \quad a = \sqrt{3} \text{ を代入すると}$$

$$b = -\frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2 - 2 \cdot \sqrt{3} - 8}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{3 - 2\sqrt{3} - 8} = -\frac{\sqrt{3}}{-5 - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}}$$

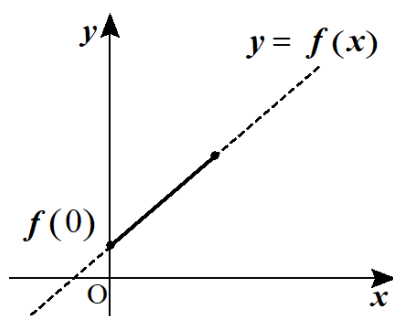
$$= \frac{\sqrt{3}(5 - 2\sqrt{3})}{25 - 12} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{13}$$

2. $f(x) = (1+2a)(1-x) + (2-a)x$ から

$$\begin{aligned} f(x) &= 1+2a - (1+2a)x + (2-a)x \\ &= \{-(1+2a) + (2-a)\}x + 2a+1 \\ &= (-1-2a+2-a)x + 2a+1 \\ &= (-3a+1)x + 2a+1 \end{aligned}$$

(1) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値は

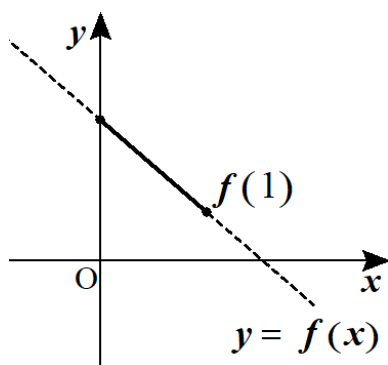
(i) $-3a+1 \geq 0$ すなわち $a \leq \frac{1}{3}$ のとき



右肩上がりのグラフとなり（傾き正）
 $x=0$ で最小値をとる。

$$f(0) = \underline{2a+1}$$

(ii) $-3a+1 < 0$ すなわち $a > \frac{1}{3}$ のとき



右肩下がりのグラフとなり（傾き負）
 $x=1$ で最小値をとる。

$$\begin{aligned} f(1) &= -3a+1+2a+1 \\ &= \underline{-a+2} \end{aligned}$$

(2) $0 \leq x \leq 1$ において、

常に $f(x) \geq \frac{2(a+2)}{3}$ となるのは、

(i) $a \leq \frac{1}{3}$ のとき、

$$f(0) = 2a+1 \geq \frac{2(a+2)}{3} \text{ である。}$$

この不等式を解く

$$6a+3 \geq 2a+4$$

$$4a \geq 1 \quad a \geq \frac{1}{4}$$

$$a \leq \frac{1}{3} \text{ より } \frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{3} \quad \dots \textcircled{1}$$

(ii) $a > \frac{1}{3}$ のとき、

$$f(1) = -a+2 \geq \frac{2(a+2)}{3}$$

この不等式を解くと

$$-3a+6 \geq 2a+4$$

$$-5a \geq -2 \quad a \leq \frac{2}{5}$$

$$a > \frac{1}{3} \text{ より } \frac{1}{3} < a \leq \frac{2}{5} \quad \dots \textcircled{2}$$

①②から

$$\underline{\frac{1}{4}} \leq a \leq \underline{\frac{2}{5}}$$