

Db	不 等 式 編	正 答 ・ 解 説
----	---------	-----------

正 答

問題 番号	解 答 記 号	正 解
1.	ア	1
	$\frac{イ}{ウ}$	$\frac{3}{2}$
	エ	4
	オ	3

問題 番号	解 答 記 号	正 解
2.	$\frac{ア+\sqrt{イウ}}{2}$	$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$
	エ	3
	オカ	-1
	$\sqrt{キク}$	$\sqrt{13}$
	$ケコ\sqrt{サシ}$	$10\sqrt{13}$

解 説

1.

$$2(x-2)^2 = |3x-5| \text{ より、}$$

$$3x-5 < 0 \quad x < \frac{5}{3} \text{ のときと、}$$

$$3x-5 \geq 0 \quad x \geq \frac{5}{3} \text{ のときとに分ける。}$$

$$(1) \quad x < \frac{5}{3} \text{ のとき、} 3x-5 < 0 \text{ だから}$$

$$2(x-2)^2 = -(3x-5)$$

$$2(x^2-4x+4) = -3x+5$$

$$2x^2-8x+8 = -3x+5$$

$$2x^2-5x+3=0$$

$$(x-1)(2x-3)=0$$

$$x = 1, \frac{3}{2}$$

$$x < \frac{5}{3} \text{ より、適当である。}$$

$$(2) \quad x \geq \frac{5}{3} \text{ のとき、} 3x-5 \geq 0 \text{ だから}$$

$$2(x-2)^2 = 3x-5$$

$$2(x^2-4x+4) = 3x-5$$

$$2x^2-8x+8 = 3x-5$$

$$2x^2-11x+13=0$$

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 13}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{121-104}}{4}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{11 \pm \sqrt{17}}{4} - \frac{5}{3} = \frac{33 \pm 3\sqrt{17} - 20}{12} = \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{12}$$

$$3\sqrt{17} = \sqrt{153} < 13 \text{ より } \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{12} > 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ は } x \geq \frac{5}{3} \text{ を満たす。}$$

以上より①を満たす解は

$$x = 1, \frac{3}{2}, \frac{11 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ の } \underline{4} \text{ 個。}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} < \frac{11 + \sqrt{17}}{4} \text{ より}$$

$$\text{最大の解は } \alpha = \frac{11 + \sqrt{17}}{4}$$

$$4 < \sqrt{17} < 5 \text{ であるから、}$$

$$15 < 11 + \sqrt{17} < 16$$

$$\frac{15}{4} < \frac{11 + \sqrt{17}}{4} < 4$$

よって、

$$m \leq \alpha \leq m+1 \text{ を満たす整数 } m \text{ は } \underline{3} \text{。}$$

2.

$x^2 - 3x - 1 = 0$ を解くと、

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \quad \beta = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

$3 < \sqrt{13} < 4$ より、

$$6 < 3 + \sqrt{13} < 7$$

$$3 < \frac{3 + \sqrt{13}}{2} < \frac{7}{2} \quad 3 < \alpha < \frac{7}{2}$$

$m < \alpha < m+1$ を満たす整数 m の値は

$$m = \underline{3}$$

同様に

$$-4 < -\sqrt{13} < -3 \quad -1 < 3 - \sqrt{13} < 0$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{3 - \sqrt{13}}{2} < 0 \quad -\frac{1}{2} < \beta < 0$$

$n < \beta < n+1$ を満たす整数 n の値は

$$n = \underline{-1}$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + \frac{2}{3 + \sqrt{13}}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + \frac{2(3 - \sqrt{13})}{9 - 13}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

$$= \underline{\sqrt{13}}$$

$$\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^3 - 3 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{1}{\alpha} - 3 \cdot \alpha \cdot \frac{1}{\alpha^2}$$

$$= \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^3 - 3 \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)$$

$$= (\sqrt{13})^3 - 3\sqrt{13}$$

$$= 13\sqrt{13} - 3\sqrt{13} = \underline{10\sqrt{13}}$$