

第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第4問 (選択問題) (配点 20)

Oを原点とする座標空間に $A(2, 0, 0)$, $B(1, 3, 1)$, $C(-1, -1, 2)$ をとり、線分OAの中点をP、線分OBを2:1に内分する点をQ、線分OCを1:2に内分する点をRとする。また、三角形PQRの重心をGとする。

点Pの座標は $(\boxed{\text{ア}}, 0, 0)$ 、点Qの座標は $\left(\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}, \boxed{\text{エ}}, \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\right)$ 、点R
の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}, \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{キ}}}\right)$ である。また、重心Gの座標は
 $\left(\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$ である。

(数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。)

直線 AG と平面 OBC の交点を D とする。

$\overrightarrow{OD}$ は、実数 t を用いて $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{AG}$ と表され、さらに、実数 α, β を用いて $\overrightarrow{OD} = \alpha \overrightarrow{OB} + \beta \overrightarrow{OC}$ と表されるから

$$t = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad \alpha = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$$

である。よって、直線 OD と直線 BC の交点を E とすると

$$OD : DE = 2 : \boxed{\text{テ}}, \quad BE : EC = 1 : \boxed{\text{ト}}$$

であることがわかる。

次に、直線 OD 上に O と異なる点 F を $\overrightarrow{OF} \perp \overrightarrow{AF}$ となるようにとる。

点 F の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}, \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}, \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}} \right)$ であり、三角形 ADF の面積は三角

形 OAE の面積の $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ 倍である。