

第3問 (選択問題) (配点 20)

正の数からなる数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{2a_n}{4a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たすとする。このとき

$$a_2 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad a_3 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$$

である。

$$b_n = \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ とおくと, } \textcircled{1} \text{ は}$$

$$b_{n+1} = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}} b_n + \boxed{\text{キ}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と変形できるから

$$b_{n+1} - \boxed{\text{ク}} = \frac{1}{\boxed{\text{カ}}} (b_n - \boxed{\text{ク}}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。さらに, $b_1 = \boxed{\text{ケ}}$ であるから

$$b_n = \boxed{\text{コ}} - \frac{3}{\boxed{\text{カ}}^{n-\boxed{\text{サ}}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

であり, このことより

$$a_n = \frac{\boxed{\text{カ}}^{n-\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{カ}}^{n+\boxed{\text{ソ}}}-3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

(数学Ⅱ・数学B 第3問 は次ページに続く。)

(1) $a_n < \frac{251}{1000}$ を満たす最小の自然数 n の値は セ である。

(2)
$$\sum_{k=1}^n b_k = \text{ソ} n - \text{タ} + \frac{3}{\text{カ}^{n-\text{チ}}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

である。

数列 $\{c_n\}$ は

$$c_1 = 1, \quad c_{n+1} = c_n + b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき

$$c_n = \text{ツ} n - \text{テ} + \frac{3}{\text{カ}^{n-\text{ト}}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

である。さらに

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^k c_k = \text{ナ} n - \text{ニ} + \frac{1}{\text{ヌ}^{n-\text{ネ}}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

である。