

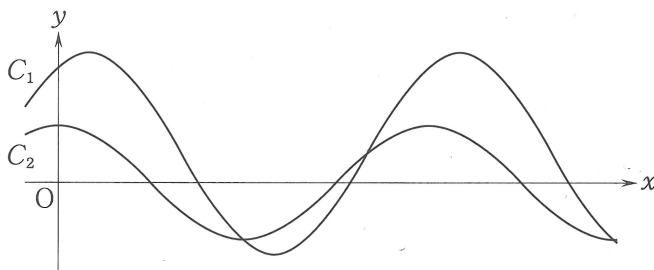
(注) この科目には、選択問題があります。

第1問 (必答問題) (配点 30)

[1] 二つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = 2\sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1, \quad g(x) = 2\cos 2x$$

とし、曲線 $y = f(x)$ を C_1 、曲線 $y = g(x)$ を C_2 とする。 C_1 と C_2 は次のようになる。



C_1 は曲線 $y = 2\sqrt{3} \sin 2x$ を x 軸方向に ア, y 軸方向に イ だけ平行移動したものである。また、関数 $f(x)$ の周期のうち正で最小のものは ウ である。ア, ウ に当てはまるものを、次の①～⑨のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| ① $-\frac{\pi}{3}$ | ② $-\frac{\pi}{4}$ | ③ $-\frac{\pi}{6}$ | ④ $\frac{\pi}{6}$ | ⑤ $\frac{\pi}{4}$ |
| ⑥ $\frac{\pi}{3}$ | ⑦ $\frac{\pi}{2}$ | ⑧ π | ⑨ 2π | ⑩ 4π |

(数学Ⅱ・数学B 第1問は次ページに続く。)

C_1 上の点 $P(\theta, f(\theta))$ と C_2 上の点 $Q(\theta, g(\theta))$ を考える。

- (1) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、 P と Q が一致するような θ を求めよう。 P と Q が一致するための条件は $f(\theta) = g(\theta)$ であるから、 $f(\theta) = g(\theta)$ を変形して

$$\sqrt{\boxed{\text{エ}}} \sin 2\theta + \cos 2\theta + \boxed{\text{オ}} = 0$$

が得られる。さらに、変形すると

$$\boxed{\text{カ}} \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right) + \boxed{\text{オ}} = 0$$

となる。したがって、求める θ は

$$\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}, \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$$

である。

- (2) $0 < \theta < \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$ の範囲で、線分 PQ の長さは $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}$ のとき最大値

$\boxed{\text{シ}}$ をとる。

(数学Ⅱ・数学B 第1問は次ページに続く。)

[2] $0 \leq x \leq 4$ の範囲で定義された関数

$$f(x) = \{\log_2(x^2 - 2x + 2)\}^2 - 4\log_2(x^2 - 2x + 2) + 12$$

を考える。

$$x^2 - 2x + 2 = (x - \boxed{\text{ス}})^2 + \boxed{\text{セ}}$$

であるから、 $0 \leq x \leq 4$ のとき、 $x^2 - 2x + 2$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ソ}} \leq x^2 - 2x + 2 \leq \boxed{\text{タチ}}$$

である。

$t = \log_2(x^2 - 2x + 2)$ とすると、 $0 \leq x \leq 4$ のとき、 t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{ツ}} \leq t \leq \boxed{\text{テ}} + \log_2 \boxed{\text{ト}}$$

であり、 $f(x)$ は t を用いて

$$f(x) = t^2 - \boxed{\text{ナ}}t + 12$$

と表される。

(数学Ⅱ・数学B 第1問は次ページに続く。)

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ニ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ヌネ}}$ をとる。

(2) k を整数とする。方程式 $f(x) = k$ が $0 \leq x \leq 4$ において実数解をもつような k の値は全部で $\boxed{\text{ノハ}}$ 個あり、そのうち最小の k の値は $\boxed{\text{ヒフ}}$ である。また、 $0 \leq x \leq 4$ において方程式 $f(x) = \boxed{\text{ヒフ}}$ を解くと

$$x = \boxed{\text{ヘ}} + \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$$

である。