

第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第4問 (選択問題) (配点 20)

三角形OABにおいて、辺ABを1:2に内分する点をCとし、線分OCを2:1に外分する点をDとする。点Eを $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ となるようにとる。

以下、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{ア} \\ \text{イ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{ウ} \\ \text{エ} \end{array}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{カ} \\ \text{キ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{ク} \\ \text{ケ} \end{array}}} \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OD} = \boxed{\begin{array}{c} \text{オ} \end{array}} \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{コ} \\ \text{サ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{シ} \\ \text{ス} \end{array}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{セ} \\ \text{ソ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{セ} \\ \text{ソ} \end{array}}} \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{コ} \\ \text{サ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{シ} \\ \text{ス} \end{array}}} \vec{a} + \vec{b}$$

である。

直線OEと直線ABの交点をPとする。Pは直線OE上の点であり、直線AB上の点でもあるので、実数s, tを用いて

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OE} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

と表すと

$$s = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{シ} \\ \text{ス} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{セ} \\ \text{ソ} \end{array}}}, \quad t = \frac{\boxed{\begin{array}{c} \text{セ} \\ \text{ソ} \end{array}}}{\boxed{\begin{array}{c} \text{セ} \\ \text{ソ} \end{array}}}$$

となることがわかる。

(数学II・数学B 第4問は次ページに続く。)

さらに, $|\overrightarrow{OA}|=5$, $|\overrightarrow{OB}|=3$, $|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{7}$ とする。

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\vec{b}|^2 - \boxed{\text{タ}} \vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2$$

であるから, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{チ}}$ であり, 三角形OABの面積は $\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

直線OE上に点Qを $\overrightarrow{BQ} \perp \overrightarrow{OE}$ となるようにとる。実数kを用いて $\overrightarrow{OQ} = k\overrightarrow{OE}$ と表すと, $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{OE} = \boxed{\text{ト}}$ であることから, $k = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

したがって, 三角形BPQの面積は $\frac{\boxed{\text{ネノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。