

第4問 (選択問題) (配点 20)

三角形 OAB において、辺 AB を 1:2 に内分する点を C とし、線分 OC を 2:1 に外分する点を D とする。点 E を $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ となるようにとる。

以下、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OD} = \boxed{\text{オ}} \overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OE} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \vec{a} + \vec{b}$$

である。

直線 OE と直線 AB の交点を P とする。P は直線 OE 上の点であり、直線 AB 上の点でもあるので、実数 s, t を用いて

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OE} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

と表すと

$$s = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \quad t = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

となることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。)

さらに, $|\vec{OA}|=5$, $|\vec{OB}|=3$, $|\vec{AB}|=2\sqrt{7}$ とする。

$$|\vec{AB}|^2 = |\vec{b}|^2 - \boxed{\text{タ}} \vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2$$

であるから, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{チ}}$ であり, 三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

直線 OE 上に点 Q を $\vec{BQ} \perp \vec{OE}$ となるようにとる。実数 k を用いて $\vec{OQ} = k\vec{OE}$

と表すと, $\vec{BQ} \cdot \vec{OE} = \boxed{\text{ト}}$ であることから, $k = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ又}}}$ である。

したがって, 三角形 BPQ の面積は $\frac{\boxed{\text{ネノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。