第3問～第5問は，いずれか2問を選択し，解答しなさい。

第4問 （選択問題） （配点　20）

四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とし，$|\vec{a}|=m$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，$\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{3}$ であるとする。

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{m}{\boxed{\text{ア}}}$ である。

辺BCを3:1に内分する点をDとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\vec{c}$$

であり，三角形OABの重心をGとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{b}$$

である。

直線OA上に点Hを $\overrightarrow{\mathrm{BH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を満たすようにとる。Hは直線OA上にあるから，k を実数として

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=k\vec{a}$$

と表される。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であることから

$$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\boxed{\text{ク}}$$

が成り立ち

$$k=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}\,m}$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

したがって，直線OAに関して点Bと対称な点をEとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=\boxed{\text{サ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OH}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

$$=\frac{\boxed{\text{シ}}}{m}\vec{a}-\vec{b}$$

である。

直線DG上に点Pをとると，tを実数として

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(\boxed{\text{ス}}-t\right)\overrightarrow{\mathrm{OD}}+t\overrightarrow{\mathrm{OG}}$$

$$=\frac{t}{\boxed{\text{セ}}}\vec{a}+\frac{\boxed{\text{ソ}}+t}{\boxed{\text{タチ}}}\vec{b}+\frac{\boxed{\text{ツ}}\left(\boxed{\text{テ}}-t\right)}{\boxed{\text{ト}}}\vec{c}$$

と表される。

直線EC上に点Qをとると，uを実数として

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\left(\boxed{\text{ナ}}-u\right)\overrightarrow{\mathrm{OE}}+u\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

$$=\frac{\boxed{\text{ニ}}-u}{m}\vec{a}+\left(u-\boxed{\text{ヌ}}\right)\vec{b}+u\vec{c}$$

と表される。

直線DGと直線ECが共有点をもつようなmの値は

$$m=\boxed{\text{ネ}}$$

である。このとき，その共有点をRとすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

である。さらに，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OR}}\right|=\frac{\sqrt{31}}{5}$ となるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$のなす角は$\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\pi$である。