**第3問～第5問**は，**いずれか2問を選択**し，解答しなさい。

## 第4問 （選択問題）（配点　20）

Oを原点とする座標空間に3点A(1, 0, 0)，B(0, 3, 0)，C(1, 1, $\sqrt{2}$)がある。
$|\overrightarrow{OC}| = \boxed{ア}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \boxed{イ}$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = \boxed{ウ}$，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA} = \boxed{エ}$ である。

四面体OABCの辺OBを2:1に内分する点をP，辺OCの中点をQとする。PとQの座標はそれぞれ

$$P\left(0,\ \boxed{オ},\ 0\right),\quad Q\left(\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\ \frac{\boxed{ク}}{\boxed{キ}},\ \frac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{キ}}\right)$$

である。また，三角形ABCの重心をGとすると，Gの座標は

$$\left(\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}},\ \frac{\boxed{シ}}{\boxed{サ}},\ \frac{\sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{サ}}\right)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B 第4問 は次ページに続く。）

直線OGと平面APQの交点をTとする。点Tは直線OG上にあるから，実数$k$を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OT}}=k\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ と表される。また，点Tは平面APQ上にあるから，実数$s$，$t$を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OT}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{AP}}+t\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ と表される。よって

$$k=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\quad s=\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}},\quad t=\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。このことから，三角形ATP，三角形ATQ，三角形TPQの面積比は

$$\boxed{\text{ト}}:\boxed{\text{ナ}}:\boxed{\text{ニ}}$$

である。

次に，AH⊥OGを満たすように点Hを直線OG上にとる。このとき，実数$\ell$を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\ell\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ と表される。$\overrightarrow{\mathrm{AH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\boxed{\text{ヌ}}$ であるから，$\ell=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。よって，四面体OAPHの体積を$V$，四面体OABCの体積を$W$とすると

$$V=\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}W$$

が成り立つ。