

第2問 (必答問題) (配点 30)

$f(x) = -x^2 + 2x$ とし、放物線 $y = f(x)$ を C とする。

C の頂点を A とすると、 A の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ であり、点 A における C の接線 ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{ウ}}$ である。

C と ℓ と y 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

t は $0 < t < 1$ を満たす実数とし、点 $P(t, f(t))$ における C の接線を m とする。

$f'(t) = \boxed{\text{カキ}}t + \boxed{\text{ク}}$ であるから、 m の方程式は

$$y = (\boxed{\text{カキ}}t + \boxed{\text{ク}})x + t\boxed{\text{ケ}}$$

であり、 ℓ と m の交点を Q とすると、 Q の座標は $\left(\frac{t + \boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}, \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

(数学Ⅱ・数学B 第2問 は次ページに続く。)

2点B, Rを $B(0, \boxed{\text{ウ}})$, $R(0, t^{\boxed{\text{ケ}}})$ とすると, 三角形BQRの面積は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}(t + \boxed{\text{セ}})(\boxed{\text{ソ}} - t^2)$$

である。よって, C と m と y 軸で囲まれた図形の面積と C と ℓ と m で囲まれた図形の面積の和を S とすると

$$S = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}t^3 + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}t^2 - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}t + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$$

である。 t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき, S は $t = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$

をとる。

また, $0 < t < 1$ において $S = \frac{1}{4}$ を満たす t の値を t_0 とすると, t_0 は $\boxed{\text{ホ}}$ を

満たす。 $\boxed{\text{ホ}}$ に当てはまるものを, 次の①～④のうちから一つ選べ。

① $0 < t_0 < \frac{1}{3}$

② $t_0 = \frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{3} < t_0 < \frac{2}{3}$

④ $t_0 = \frac{2}{3}$

⑤ $\frac{2}{3} < t_0 < 1$