

第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第4問 (選択問題) (配点 20)

三角形 OAB において、辺 AB を 1:2 に内分する点を C とし、三角形 OBC の重心を G とする。以下、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b}$$

であり

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{b}$$

である。また、 $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB}$ を満たすように点 D をとると、 $\overrightarrow{OD} = \boxed{\text{ケ}} \vec{a} + \vec{b}$ である。

直線 OG と直線 CD の交点を P とする。点 P が直線 OG 上にあることから、実数 s を用いて $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OG}$ と表される。また、点 P が直線 CD 上にあることから、実数 t を用いて $\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OC} + (1-t)\overrightarrow{OD}$ と表されるので

$$\overrightarrow{OP} = \left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} t - 1 \right) \vec{a} + \left(1 - \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} t \right) \vec{b}$$

となる。したがって

$$s = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad t = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

であり、点 P は線分 CD を 1: $\boxed{\text{ツ}}$ に内分する点である。

(数学Ⅱ・数学B 第4問は次ページに続く。)

さらに、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$, $|\vec{a}| = 3$, $\cos \angle AOB = \frac{1}{6}$ とする。 $|\vec{b}| = \boxed{\text{テ}}$ である。

点 P から直線 OD に引いた垂線と直線 OD の交点を H とする。実数 k を用いて

$\overrightarrow{OH} = k\overrightarrow{OD}$ と表され、 $\overrightarrow{PH} \cdot \overrightarrow{OD} = \boxed{\text{ト}}$ であることから、 $k = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

このとき、四角形 OCPH の面積 S_1 と三角形 OCD の面積 S_2 の比は

$$S_1 : S_2 = \boxed{\text{ヌ}} : \boxed{\text{ネノ}}$$

である。