

第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

### 第5問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$  は  $AB=3$ ,  $CA=6$ ,  $\angle BAC=90^\circ$  の直角三角形とする。辺  $AC$  の中点を  $O$ , 線分  $AC$  を直径とする円  $O$  と直線  $BC$  の交点のうち  $C$  と異なる方を  $D$  とする。

このとき,  $BC = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ ,  $\angle ADC = \boxed{\text{ウエ}}^\circ$  であり,  $\triangle ABC \sim \triangle DAC$

であるから,  $CD = \frac{\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ ,  $BD = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

直線  $AB$  と直線  $OD$  の交点を  $E$  とする。 $\triangle ABC$  と直線  $OE$  に対してメネラウスの定理より

$$\frac{BE}{AE} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

であるから,  $OE = \boxed{\text{セ}}$  である。

3点  $O$ ,  $A$ ,  $D$  を通る円の中心を  $O'$  とする。円  $O'$  と直線  $AB$  の交点のうち  $A$  と異なる方を  $P$ , 円  $O'$  と直線  $BC$  の交点のうち  $D$  と異なる方を  $Q$  とすると

$$EP = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \quad CQ = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

さらに,  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とすると

$$\frac{O'G}{AQ} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。