

第3問 場合の数と確率

1回の操作で、袋の中から x と y の数字が書かれた2個の球を取り出すことを、 $\{x, y\}$ と表す。

0 から 4 までの数字が一つずつ書かれた5個の球から同時に2個の球を取り出すとき、取り出し方は全部で、

$${}_5C_2 = \boxed{10} \text{ (通り)}$$

ある。

また、0 と書かれた球を含む取り出し方は、

$$\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{0, 4\}$$

の $\boxed{4}$ 通りある。

- (1) 操作を1回行うとき、 X が3桁の数となるのは、0 と書かれた球を取り出す場合であるから、 X が3桁の数となる確率は、

$$\frac{4}{10} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$$

である。

X が4桁の数となるのは、0 と書かれた球を取り出さない場合であるから、 X が4桁の数となる確率は、

$$\frac{6}{10} = \frac{\boxed{3}}{\boxed{5}}$$

である。

- (2) 操作を2回行うとき、 X が3桁の数となるのは、次の2つの場合である。

- (i) 1回目の操作で0 と書かれた球を取り出し、2回目の操作で0 と書かれた球を取り出さないとき。
 (ii) 1回目の操作で0 と書かれた球を取り出さず、2回目の操作で0 と書かれた球を取り出すとき。

よって、 X が3桁の数となる確率は、

$$\frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}}{(i)} + \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}}{(ii)} = \frac{\boxed{12}}{\boxed{25}}$$

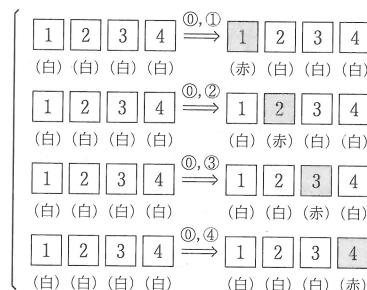
である。

X が4桁の数となるのは、次の2つの場合である。

- (iii) 1回目の操作で0 と書かれた球を取り出し、2回目の操作で1回目と同じ2個の球を取り出すとき。
 (iv) 1回目と2回目の操作でいずれも0 と書かれた球を取り出さないとき。

よって、 X が4桁の数となる確率は、

$$\frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10}}{(iii)} + \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}}{(iv)} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$$



← 0 と書かれた球を取り出さないとき、裏返して赤色の面が見えるカードがないので、取り除かれるカードはない。

← 0 と書かれた球を取り出さないのは、
 $10 - 4 = 6$ (通り)。

また、余事象を考えて、

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

と求めてもよい。

← 1回の操作で0 と書かれた球を取り出す確率は $\frac{2}{5}$ 。

1回の操作で0 と書かれた球を取り出さない確率は $\frac{3}{5}$ 。

← (iii)において、2回目の操作は1回目と同じ2個の球を取り出すから取り出し方は1通りである。よって、2回目の確率は $\frac{1}{10}$ である。

である。

X が 3 桁の奇数となるのは、以下の場合である。

(ア) 1 回目の操作で 0 と書かれた球を取り出すとき。

1 回目の操作	2 回目の操作
{0, 1}	{1, 4}, {3, 4}
{0, 2}	{1, 4}, {2, 4}, {3, 4}
{0, 3}	{1, 4}
{0, 4}	{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {3, 4}

球の取り出し方は、表より、

10 通り

ある。

(イ) 2 回目の操作で 0 と書かれた球を取り出すとき。

(ア) の表において、1 回目と 2 回目の操作を入れかえたものを考えればよいから、球の取り出し方は、

10 通り

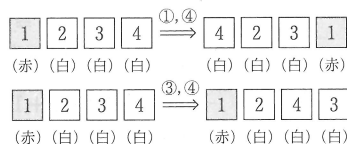
ある。

よって、 X が 3 桁の奇数となる確率は、

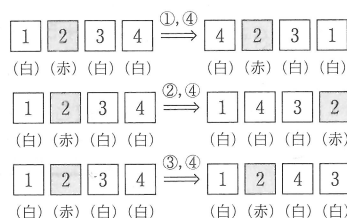
$$\frac{10+10}{10 \cdot 10} = \frac{1}{5}$$

である。

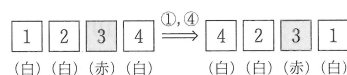
← 1 回目が {0, 1} のとき、2 回目の操作は次のとおり。



1 回目が {0, 2} のとき、2 回目の操作は次のとおり。



1 回目が {0, 3} のとき、2 回目の操作は次のとおり。



1 回目が {0, 4} のとき、2 回目の操作は次のとおり。

