第3問　場合の数と確率

赤色，白色，青色のカードをそれぞれ[赤]，[白]，[青]と表す．

(1)　すべての色のカードが含まれる並べ方は，[赤]，[白]，[青]を横一列に並べることを考えて，

$$3! = \boxed{6} \text{ (通り)}$$

ある．

2枚の[白]が含まれる並べ方は，

[白]，[白]，[　]の並べ方が3通り，

[　]は，[赤]または[青]の2通り

であるから，

$$3\cdot 2 = \boxed{6} \text{ (通り)}$$

ある．

さらに，

[赤]が2枚だけ含まれる並べ方も同様に6通り，

2枚の[青]が含まれる並べ方も同様に6通り

あり，3枚のカードがすべて同じ色である並べ方は，

「[赤][赤][赤]」

の1通りである．

よって，並べ方は全部で，

$$6+6+6+6+1 = \boxed{25} \text{ (通り)}$$

ある．

(2)　3枚の[赤]が含まれる並べ方は，

[赤]，[赤]，[赤]，[　]の並べ方が4通り，

[　]は，[白]または[青]の2通り

であるから，

$$4\cdot 2 = \boxed{8} \text{ (通り)} \qquad \cdots①$$

ある．

すべての色のカードが含まれる並べ方の数は，

(i)　[赤]，[赤]，[白]，[青]の並べ方

(ii)　[赤]，[白]，[白]，[青]の並べ方

(iii)　[赤]，[白]，[青]，[青]の並べ方

の数を加えることにより得られる．

(i)の並べ方は，

$$\frac{4!}{2!} = 12 \text{ (通り)}$$

あり，(ii)，(iii)も同様にそれぞれ12通りあるから，すべての色の

← 「[白][白][　]」，「[白][　][白]」，「[　][白][白]」．

← 「[赤][赤][赤][　]」，「[赤][赤][　][赤]」，「[赤][　][赤][赤]」，「[　][赤][赤][赤]」．

← **同じものを含む順列**

n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は別の同じもの，r 個はまた別の同じもの，… であるとき，n 個を一列に並べる順列の総数は，

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots} \quad (p+q+r+\cdots=n).$$

カードが含まれる並べ方は，

$$12+12+12=\boxed{36}\ (\text{通り}) \qquad \cdots ②$$

ある．

2種類の色のカードが2枚ずつ含まれるカードの並べ方の数は，

(iv) $\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{白}$，$\boxed{白}$の並べ方

(v) $\boxed{白}$，$\boxed{白}$，$\boxed{青}$，$\boxed{青}$の並べ方

(vi) $\boxed{青}$，$\boxed{青}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$の並べ方

の数を加えることにより得られる．

(iv)の並べ方は，

$$\frac{4!}{2!2!}=6\ (\text{通り})$$

← 同じものを含む順列．

あり，(v)，(vi)も同様にそれぞれ6通りあるから，2種類の色のカードが2枚ずつ含まれるカードの並べ方は，

$$6+6+6=18\ (\text{通り}) \qquad \cdots ③$$

ある．

①，②，③より，並べ方は全部で，

$$8+36+18=\boxed{62}\ (\text{通り})$$

ある．

(3) 6枚のカードの選び方は，

(vii) $\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{白}$，$\boxed{白}$，$\boxed{青}$

(viii) $\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{赤}$，$\boxed{白}$，$\boxed{青}$，$\boxed{青}$

の2つの場合がある．

$\boxed{赤}$が隣り合わない並べ方は次の4つの場合がある．

(a) $\boxed{赤}\boxed{1}\boxed{赤}\boxed{2}\boxed{赤}\boxed{3}$

(b) $\boxed{1}\boxed{赤}\boxed{2}\boxed{赤}\boxed{3}\boxed{赤}$

(c) $\boxed{赤}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{赤}\boxed{3}\boxed{赤}$

(d) $\boxed{赤}\boxed{1}\boxed{赤}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{赤}$

(vii)のとき，$\boxed{白}$，$\boxed{白}$，$\boxed{青}$の$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$への2枚の$\boxed{白}$が隣り合わない配置の仕方は以下のようになる．

(a)の場合は次の3通り．

「$\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}\boxed{青}$」，「$\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}\boxed{青}\boxed{赤}\boxed{白}$」，

「$\boxed{赤}\boxed{青}\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}\boxed{白}$」．

(b)の場合も同様に3通り．

(c)の場合は次の2通り．

「$\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{青}\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}$」，「$\boxed{赤}\boxed{青}\boxed{白}\boxed{赤}\boxed{白}\boxed{赤}$」．

(d)の場合も同様に2通り．

よって，(vii)の並べ方は，

$$3+3+2+2=10 \text{（通り）}$$

ある．

(viii)の並べ方も同様に10通りあるから，求める並べ方は，

$$10+10=\boxed{20} \text{（通り）}$$

ある．