

752

[1]

[1]. $\begin{cases} y = 2x^2 - 20x + 45 & \text{--- (1)} \\ y = |x-5| - 2 & \text{--- (2)} \end{cases}$

① $y = 2(x^2 - 10x) + 45$
 $= 2((x-5)^2 - 25) + 45$
 $= 2(x-5)^2 - 50 + 45$
 $= 2(x-5)^2 - 5$

$|x-5| = m$ とおく。①, ②より

$\begin{cases} y = 2m^2 - 5 \\ y = m - 2 \end{cases}$

$2m^2 - 5 = m - 2$

$\frac{2m^2 - m - 3}{2} = 0$ $\frac{2-3-1}{1-1-3}$

$(m+1)(2m-3) = 0$

$m = -1, \frac{3}{2}$

$m = |x-5| \geq 0$ より

$m = \frac{3}{2}$

$|x-5| = \frac{3}{2}$

$x-5 = \pm \frac{3}{2}$

$x = 5 \pm \frac{3}{2} = \frac{10 \pm 3}{2}$

$x = \frac{7}{2}, \frac{13}{2}$

$x = \frac{7}{2}$ かつ $m = \frac{3}{2}$ より

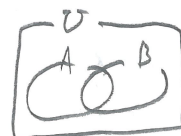
$y = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3-4}{2} = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{13}{2}$ かつ $m = \frac{3}{2}$ より $y = -\frac{1}{2}$

[2]

$A \cap B \neq \emptyset, A \cap B \neq A, A \cap B \neq B$

$A \cup B \neq U$

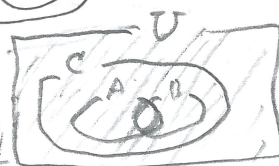


(1) $\frac{3}{2}$

(2) $\bar{A} \cap B = \emptyset$ ならば $\frac{1}{2}$

$\begin{cases} k \in A, \text{ただし } k \in C \\ k \notin C \text{ ならば } k \notin B \end{cases}$

$\hookrightarrow k \in B \text{ ならば } k \in C$ である

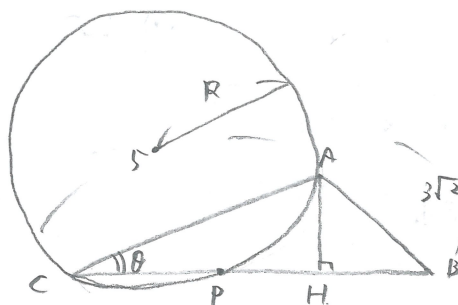


$\bar{A} \cap \bar{C} = \emptyset$ ならば $\frac{0}{2}$

$k \notin A \cup C \Rightarrow k \in \bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$

つまり $\frac{4}{2}$

[3]



(1) $\cos \theta = \frac{5^2 + 7^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \times 5 \times 7} = \frac{25 + 49 - 18}{70} = \frac{56}{70} = \frac{4}{5}$

$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

(2) $\frac{1}{2} \times 7 \times AH = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 \times \frac{3}{5}$

$AH = 5 \times \frac{3}{5} = 3$

(3) $\triangle APC$ におき、外接円の半径 R の
最大・最小は、正弦定理 $2R = \frac{y}{\sin \alpha}$
の両辺から求む。

$$R = \frac{AP}{2 \sin \theta} = \frac{AP}{2 \times \frac{3}{5}} = \frac{5}{6} AP \text{ である。}$$

AP の最大のは R は最大。

" 最小 " R は最小となる。

$$AH \leq AP < AC \text{ である。}$$

$$3 \leq AP < 5$$

$$\frac{5}{6} \times 3 \leq R < \frac{5}{6} \times 5$$

$$\frac{5}{2} \leq R < \frac{25}{6} \quad \text{である。}$$

(ii) も一応求めて

$$-3a+1 - (-2a^2-3a+1) = a + \frac{3}{2}$$

$$2a^2 - a - \frac{3}{2} = 0$$

$$4a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{4}$$

$$3 < \sqrt{13} < 4 \quad 4 < 1+\sqrt{13} < 5 \quad 1 < \frac{1+\sqrt{13}}{4} < \frac{5}{4}$$

$$-3 < 1-\sqrt{13} < -2 \quad -\frac{3}{4} < \frac{1-\sqrt{13}}{4} < -\frac{1}{2}$$

(ii) は不適。

(2)。

[1]

$$G: y = f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2ax - 3a + 1.$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 4ax) - 3a + 1$$

$$= \frac{1}{2}\{(x-2a)^2 - 4a^2\} - 3a + 1$$

$$= \frac{1}{2}(x-2a)^2 - 2a^2 - 3a + 1$$

$$\textcircled{\text{JR}} (2a, -2a^2 - 3a + 1)$$

$$0 \leq x \leq 2 \text{ において、max: } M, \text{ min: } m.$$

$$m = -2a^2 - 3a + 1 \text{ となる。軸 } a = 0 \leq x \leq 2$$

$$0 \leq 2a \leq 2, \quad \textcircled{0 \leq a \leq 1} \text{ である。}$$

(i)



$$0 \leq 2a < 1$$

$$0 \leq a < \frac{1}{2} \text{ である。}$$

$$M = f(2) = \frac{1}{2} \times 4 - 2a \times 2 - 3a + 1$$

$$= 2 - 4a - 3a + 1$$

$$= \textcircled{-7a + 3} \text{ である。}$$

(ii)



$$1 \leq 2a \leq 2$$

$$\frac{1}{2} \leq a \leq 1 \text{ である。}$$

$$M = f(0) = \textcircled{-3a + 1} \text{ である。}$$

$$0 \leq a \leq 1 \text{ において、} M - m = a + \frac{3}{2} \text{ である。}$$

(i) 1.2.

$$-7a + 3 - (-2a^2 - 3a + 1) = a + \frac{3}{2}$$

$$2a^2 - 5a + 2 - \frac{3}{2} = 0.$$

$$4a^2 - 10a + 1 = 0$$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{25-4}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{4}$$

$$\uparrow 4 < \sqrt{21} < 5 \quad 9 < 5 + \sqrt{21} < 10 \quad \frac{9}{4} < \frac{5 + \sqrt{21}}{4} < \frac{5}{2} \text{ 不適}$$

$$0 < 5 - \sqrt{21} < 1 \quad 0 < \frac{5 - \sqrt{21}}{4} < \frac{1}{4} \text{ 適当。}$$

$$a = \frac{5 - \sqrt{21}}{4}$$

[2]. 10人. 中央 5.6人目

(#1: 3人目, #2: 5.6人目, #3: 8人目.)

$$0 \leq X \leq Y \leq Z \leq 10.$$

(1). $Z = 4$ かつ $L = 7$

生徒No 1~7 の min: 2, max 8

5人. $L = 7$. $8 - 2 = 6$.

$$J = 7. X = 1$$

$$Ave. = 4.0 \text{ かつ } 4.$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 3 + 6 + 4 + 1 + Y + 4 = 38 + Y$$

$$\frac{38 + Y}{10} = 4.0 \quad 38 + Y = 40$$

$$Y = 2$$

(2). $Z = 8$ かつ $J = 4$. #1: 4. #3: 7.

生徒No 1~7

2 4 6 8 3 6 4 X Y 8.

→ 2 3 4 4 6 6 8 8
↑ ↑
X, Y. $Z = Y$

{ #1: 4人目, J: 4人目かつ4点
#3: 7人目 8人目かつ7点

$$\Rightarrow Y = 7$$

$X = 4 \sim 7$ 点.

$$X = 4 \text{ かつ } Z \text{ 中央値 } \frac{4+6}{2} = 5$$

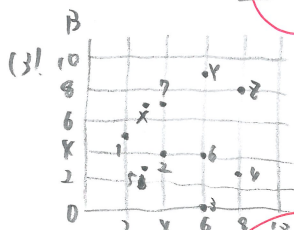
$$X = 5 \text{ かつ } Z \text{ " } \frac{5+6}{2} = 5.5$$

$$X = 6 \text{ かつ } Z \text{ " } \frac{4+6}{2} = 5$$

$$X = 7 \text{ かつ } Z \text{ " } \frac{6+6}{2} = 6$$

数値の並び. 4.5 と 6.5

$$0.4 \text{ かつ } 4$$



$$(X, Y, Z) = (3, 6, 8) \text{ かつ } 2$$

[3]

{ 赤 R: 3枚
白 W: 2枚
青 B: 2枚 計7枚

$\Rightarrow$ 1枚. $\rightarrow$ 並べ方

$$n = 2 \text{ かつ } 9 \text{ 通り}$$

(1). $n = 3$ かつ

$$\text{全色1色. } 3! = 6 \text{ 通り}$$

$$2 \text{ 枚 } W. \frac{3!}{2!} \times 2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 6 \text{ 通り}$$

$$2 \text{ 枚同色: } 6 \times 3 = 18 \text{ 通り}$$

$$3 \text{ 枚同色: } 1 \text{ 通り}$$

$n = 3$ かつ

$$6 + 18 + 1 = 25 \text{ 通り}$$

(2). $n = 4$ かつ

$$2 \text{ 枚 } R. \frac{4!}{3!} \times 2 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 8 \text{ 通り}$$

全色1色

$\rightarrow$ 2枚同色. 他1枚

$$\frac{4!}{2!} \times 3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}{2} = 36 \text{ 通り}$$

2枚ずつ2色

$$\frac{4!}{2!2!} \times 3(2) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 18 \text{ 通り}$$

$n = 4$ かつ

$$8 + 36 + 18 = 62 \text{ 通り}$$

(3) $n = 6$ かつ

3枚 R. かつ. 同色は並べ方

	①	②	③	④	⑤	⑥
(i)	R		R		R	
(ii)	R		R			R
(iii)	R			R		R
(iv)		R		R		R

$$(i) \frac{3!}{2!} \times 2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 6$$

$$(ii) 2 \times 2 = 4$$

$$(iii) 4$$

$$(iv) 6$$

$$6 + 4 + 4 + 6 = 20 \text{ 通り}$$

18.

$$N = 10P + 8, \quad P \neq 0.$$

(1) $2P8 = 10P + 8$

$$2P8 - 10P = 8$$

$$\frac{2P(8-5)}{2} = 8$$

$$\begin{cases} 2P \text{ 是 } 8 \text{ 的 } 1-2 \text{ 的倍数} \\ 8-5 \geq 0 \Rightarrow 8 \geq 5 \end{cases}$$

1) $8 = 0, 2, 4, 6, 8$

$$8 \geq 5 \Rightarrow 8 = 6, 8$$

• $8 = 6$ 时

$$8-5 = 1$$

$$2P \times 1 = 8 \quad P = 3$$

• $8 = 8$ 时

$$8-5 = 3$$

$$2P \times 3 = 8 \quad \text{不成立}$$

2) $(P, 8) = (3, 6)$ 或 $(4, 8)$

(2) $3P8 = 10P + 8$

$$3P8 - 8 = 10P$$

$$8(3P-1) = 10P$$

$$\begin{cases} 8 \text{ 是 } 3P-1 \text{ 的 } 2-5 \text{ 的倍数} \\ 3P-1 \text{ 是 } 10 \text{ 的倍数} \end{cases}$$

• $8 = 2, 4, 6, 8$ 时

$$3P-1 = 5, 10, 15, 20, 25$$

$$3P = 6, 11, 16, 21, 26$$

$$P = 2, X, X, 7, X$$

$$P = 2 \text{ 时 } 3P-1 = 5$$

$$5 \times 8 = 20 \quad 8 = 4$$

$$P = 7 \text{ 时 } 3P-1 = 20$$

$$20 \times 8 = 70 \quad \text{不成立}$$

$$(P, 8) = (2, 4)$$

• $8 = 8$ 时

$$5(3P-1) = 10P \quad 3P-1 = 2P \quad P = 1$$

$$(P, 8) = (1, 5)$$

• $3P-1 = 10, 20, 30, 40$

$$3P = 11, 21$$

$$P = X, 7$$

$$P = 7 \text{ 时 } 3P-1 = 20$$

3) $8 \text{ 是 } 3P-1 \text{ 的 } 1-2 \text{ 的倍数}$

$$\frac{8(2-4)}{2}$$

$$\frac{8(4-2)}{2}$$

(3) $nP8 = 10P + 8$

$$P(n8-10) = 8 \quad \text{--- (1)}$$

$$n8-10 \geq 0$$

$$n8 \geq 10$$

$$8 \geq \frac{10}{n} \quad \text{--- (2)}$$

4) $1 \leq P \leq 1$

$$1 \leq P \leq 1$$

$$n8-10 \leq P(n8-10)$$

$$n8-10 \leq 8$$

$$n8-8 \leq 10$$

$$(n-1)8 \leq 10$$

$$8 \leq \frac{10}{n-1} \quad \text{--- (3)}$$

① ② ③

$$\frac{10}{n} \leq 8 \leq \frac{10}{n-1}$$

$$n \geq 4 \text{ 且 } n \leq 2$$

$$8 = 1, 2, 3$$

• $8 = 1$ 时

(*) 12

$$P(n-10) = 1$$

$$P = \frac{1}{n-10}$$

$$P \text{ 是自然数}$$

$$n-10 \leq 1 \quad P=1$$

$$(n, P, 8) = (11, 1, 1)$$

• $8 = 2$ 时

(*) 12

$$P(2n-10) = 2$$

$$P(n-5) = 1$$

$$P = \frac{1}{n-5}$$

$$n = 6 \text{ 或 } 2 \quad P = 1$$

$$(n, P, 8) = (6, 1, 2)$$

• $8 = 3$ 时

$$P(3n-10) = 3$$

$$P = \frac{3}{3n-10}$$

$$3n-10 = 3$$

$$3n = 13 \quad n = \frac{13}{3} \text{ X}$$

以上 1)

$$(n, P, 8)$$

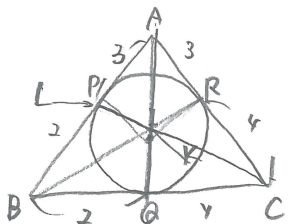
$$= (2, 3, 6), (3, 2, 4)$$

$$(3, 1, 5), (11, 1, 1)$$

$$(6, 1, 2)$$

$$\frac{5 \times 8}{4}$$

(1)



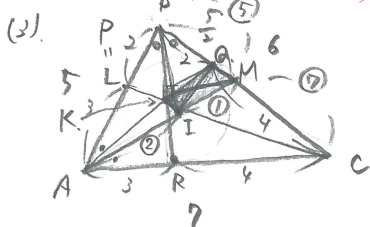
(1) $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$

(2) $\frac{AL}{LB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1$

$\frac{AL}{LB} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$

$\frac{AL}{LB} = \frac{3}{2}$

AL : LB = 3 : 2



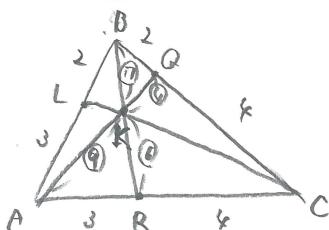
$BM : CM = AB : AC = 5 : 7$

$BM = \frac{5}{12} BC = \frac{5}{12} \times 6 = \frac{5}{2}$

$AL : IM = AB : BM$

$= 5 : \frac{5}{2} = 10 : 5 = 2 : 1$

$\frac{AI}{IM} = \frac{2}{1}$



× 2 3 2

$\frac{LA}{BL} \cdot \frac{KB}{AK} \cdot \frac{CB}{AC} = 1$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{KB}{AK} \cdot \frac{6}{7} = 1$

$\frac{KB}{AK} = \frac{4}{9}$

$AK : KB = 9 : 4$

$\frac{AR}{CA} \cdot \frac{KB}{RK} \cdot \frac{QC}{BQ} = 1$

$\frac{3}{7} \cdot \frac{KB}{RK} \cdot \frac{4}{2} = 1$

$\frac{KB}{RK} = \frac{7}{6}$

$BK : KR = 7 : 6$

$BQ : BM = 2 : \frac{5}{2} = 4 : 5$ $BQ : QM = 4 : 1$

$\Delta KMQ = S_1 \times \frac{4}{7} \times \frac{7}{18} \times \frac{4}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{39} S_1$

$\Delta AKQ = S_1 \times \frac{4}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} S_1$

$\Delta AKM = \Delta AKQ - \Delta KMQ$

$= \frac{1}{15} S_1 - \frac{1}{39} S_1$

$= \frac{13 - 4}{156} S_1 = \frac{9}{156} S_1 = \frac{3}{52} S_1$

$\Delta KIM = \Delta AKM \times \frac{1}{3} = \frac{3}{52} S_1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{52} S_1$

$S_2 = \Delta KMQ + \Delta KIM$

$= \frac{1}{39} S_1 + \frac{1}{52} S_1$

$= \frac{4 + 3}{156} S_1 = \frac{7}{156} S_1$

$\frac{S_2}{S_1} = \frac{7}{156}$