第3問　場合の数・確率

袋の中の球をすべて区別する．

(1)　袋の中から球を1個取り出す方法は4通りあり，これらはすべて同様に確からしい．

取り出した球が赤球である確率は，

$$\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$$

である．

← 赤球の取り出し方は3通りある．

取り出した球が白球である確率は，

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}}$$

である．

(2)　★が1つ書かれた赤球を$\boxed{\text{R★}}$，★が1つ書かれた白球を$\boxed{\text{W★}}$，★が2つ書かれた白球を$\boxed{\text{W★★}}$と表す．

袋の中に$\boxed{\text{W★★}}$があるのは，

1回目，2回目ともに白球を取り出すとき

であるから，その確率は，

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{16}}$$

である．

袋の中に2個の$\boxed{\text{R★}}$があるのは，

1回目に赤球を取り出し，2回目に1回目とは異なる赤球を取り出すとき

であるから，その確率は，

$$\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$$

である．

← 1回目はどの赤球でもよいから3通り，2回目は1回目とは異なる赤球であるから2通りの球の取り出し方がある．

袋の中に$\boxed{\text{W★}}$があるような球の取り出し方は，

(i)　1回目に白球，2回目に赤球を取り出すとき

(ii)　1回目に赤球，2回目に白球を取り出すとき

の2つの場合がある．

よって，その確率は，

$$\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$$

である．

(3) ★が1つ書かれた赤球を$\boxed{\text{R★}}$，★が2つ書かれた赤球を$\boxed{\text{R★★}}$，★が3つ書かれた赤球を$\boxed{\text{R★★★}}$，★が1つも書かれていない赤球を$\boxed{\text{R}}$，★が1つ書かれた白球を$\boxed{\text{W★}}$，★が1つも書かれていない白球を$\boxed{\text{W}}$と表す．

3回目の球の取り出し方は${}_4C_2$通りあり，これらはすべて同様に確からしい．

3回取り出した後に4個の球すべてに「★」が1つずつ書かれているのは，袋の中の4個の球が

$$\boxed{\text{R★}},\ \boxed{\text{R★}},\ \boxed{\text{R★}},\ \boxed{\text{W★}}$$

となる場合である．

1回目はどの球を取り出してもよいから4通り，2回目は1回目に取り出した球以外の球を取り出すから3通りの球の取り出し方がある．

さらに，3回目は1，2回目で取り出さなかった2個の球を取り出すから，${}_2C_2$通りの球の取り出し方がある．

よって，4個の球すべてに「★」が1つずつ書かれている確率は，

$$\frac{4}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{8}}$$

である．

3回取り出した後に3個の赤球に書かれている「★」の個数がすべて異なるのは，袋の中の4個の球が，

(I) $\boxed{\text{R★★★}},\ \boxed{\text{R★}},\ \boxed{\text{R}},\ \boxed{\text{W}}$

(II) $\boxed{\text{R★★}},\ \boxed{\text{R★}},\ \boxed{\text{R}},\ \boxed{\text{W★}}$

のどちらかになる場合である．

ここで，3個の赤球をR1，R2，R3とし，1個の白球をWとする．

(I)のとき．

$\boxed{\text{R★★★}}$となる赤球の決め方は3通り，$\boxed{\text{R★}}$となる赤球の決め方は2通りあるから，4個の球の決め方は，

$$3\times2=6\ (\text{通り})$$

ある．

その各々に対して，例えば，R3を$\boxed{\text{R★★★}}$，R1を$\boxed{\text{R★}}$とすると，条件を満たす球の取り出し方は，次のようになる．

回	1回目	2回目	3回目
取り出される球	R3	R3	R3，R1

したがって，(I)の確率は，

$$6\times\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}\right)=\frac{1}{16}$$

である．

← 1回目，2回目にR3を取り出す確率はそれぞれ$\frac{1}{4}$である．
3回目にR3，R1を取り出す確率は，
$$\frac{1}{{}_4C_2}$$
である．

(II)のとき.

$\boxed{\text{R★★}}$となる赤球の決め方は3通り，$\boxed{\text{R★}}$となる赤球の決め方は2通りあるから，4個の球の決め方は，

$$3\times2=6\ (\text{通り})$$

ある．

その各々に対して，例えば，R2を$\boxed{\text{R★★}}$，R1を$\boxed{\text{R★}}$とすると，条件を満たす球の取り出し方は，次のようになる．

回	1回目	2回目	3回目
取り出される球	R2	R2	R1，W
	R2	R1	R2，W
	R2	W	R2，R1
	R1	R2	R2，W
	W	R2	R2，R1

したがって，(II)の確率は，

$$6\times\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{{}_4C_2}\right)$$
$$=6\times\left(\frac{1}{96}+\frac{1}{96}+\frac{1}{96}+\frac{1}{96}+\frac{1}{96}\right)$$
$$=\frac{5}{16}$$

である．

(I)，(II)より，3個の赤球に書かれている「★」の個数がすべて異なる確率は，

$$\frac{1}{16}+\frac{5}{16}=\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}$$

である．