

## 第3問 場合の数・確率

点Pを規則(i)に従って動かす、すなわち、さいころの目が1または2である確率は、

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

であり、同様に規則(ii)と規則(iii)に従って動かすときの確率もそれぞれ

$$\frac{1}{3}$$

である。

(1) さいころを2回振った後、点Pが点6にあるのは、

1回目と2回目がともに規則(iii)

に従って動くときであるから、その確率は、

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{9}}$$

である。

さいころを2回振った後、点Pが点5にあるのは、

1回目が規則(ii)、2回目が規則(iii)

または

1回目が規則(iii)、2回目が規則(ii)

に従って動くときであるから、その確率は、

$$2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\boxed{2}}{\boxed{9}}$$

である。

さいころを2回振った後、点Pが点0にあるのは、

1回目が規則(i)、2回目が規則(iii)

または

1回目が規則(iii)、2回目が規則(i)

または

1回目と2回目がともに規則(ii)

に従って動き、最後に規則(iv)が適用されるときであるから、その確率は、

$$3\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$$

である。

(2) さいころを3回振った後、点Pが点0にあるのは、

1回目が規則(i)、2回目が規則(i)、3回目が規則(ii)

または

1回目が規則(i)、2回目が規則(ii)、3回目が規則(i)

$$\leftarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 2\left(\frac{1}{3}\right)^2.$$

(ii) (iii) (iii) (ii)

$$\dots \textcircled{1} \leftarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2.$$

(i) (iii) (iii) (i) (ii) (ii)

または

1 回目が規則 (ii), 2 回目が規則 (i), 3 回目が規則 (i) に従って動き, 最後に規則 (iv) が適用されるときであるから, その確率は,

$$3\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{9}} \quad \dots \textcircled{2}$$

である.

- (3) さいころを 4 回振ったとき, 出た目が 4 回とも 1 または 2 である確率は,

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{\boxed{1}}{\boxed{81}} \quad \dots \textcircled{3}$$

である.

さいころを 4 回振った後, 点 P が点 0 にあるのは,

(ア) 1 回目から 4 回目まですべて規則 (i) に従って動くとき

または

(イ) 2 回目で点 0 にあり, 4 回目でも点 0 にあるとき

である.

(ア) の確率は, ③ より,

$$\frac{1}{81}$$

である.

(イ) の確率は, ① より,

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

である.

よって, さいころを 4 回振った後, 点 P が点 0 にある確率は,

$$\frac{1}{81} + \frac{1}{9} = \frac{\boxed{10}}{\boxed{81}} \quad \dots \textcircled{4}$$

である.

- (4) さいころを 5 回振った後, 点 P が点 3 にあるのは,

(ウ) 4 回目で点 0 にあり, 5 回目で点 3 にあるとき

または

(エ) 3 回目で点 0 にあり, 5 回目で点 3 にあるとき

または

(オ) 2 回目で点 0 にあり, 4 回目で点 0 ではなく,

5 回目で点 3 にあるとき

である.

(ウ) のとき,

← 2 回目で点 0 にある確率は, ① より  $\frac{1}{3}$

である. 点 0 にある状態から 3 回目, 4 回目の移動により点 0 にある確率も ① と同じく  $\frac{1}{3}$  である.

← 2 回目で点 0 にあり, 4 回目で点 0 にあり, 5 回目で点 3 にあるときは, (ウ) に含まれている.

5 回目は規則 (iii)

に従って動くから、④ と合わせて確率は、

$$\frac{10}{81} \cdot \frac{1}{3} = \frac{10}{243}$$

である。

(エ) のとき、

4 回目が規則 (i), 5 回目が規則 (ii)

または

4 回目が規則 (ii), 5 回目が規則 (i)

に従って動くから、② と合わせて確率は、

$$\frac{1}{9} \cdot 2 \left( \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{2}{81}$$

である。

(オ) のとき、

3 回目, 4 回目, 5 回目がともに規則 (i)

に従って動くから、① と合わせて確率は、

$$\frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^3 = \frac{1}{81}$$

である。

よって、さいころを 5 回振った後、点 P が点 3 にある確率は、

$$\frac{10}{243} + \frac{2}{81} + \frac{1}{81} = \frac{\boxed{19}}{\boxed{243}}$$

である。

← 4 回目で点 0 にある確率は、④ より、

$$\frac{10}{81}$$

← 3 回目で点 0 にある確率は、② より、

$$\frac{1}{9}$$

← 2 回目で点 0 にある確率は、① より、

$$\frac{1}{3}$$