

第3問 場合の数・確率

- (1)(i) A, B, C, D, E, F, G, H, Iの各区画の塗り方はそれぞれ2通りずつあるから、9区画の塗り方は全部で、

$$2^9 = \boxed{512} \text{ (通り)}$$

ある。

- (ii) 3区画を赤色に塗る塗り方は、赤色に塗る区画の選び方が、

$$\begin{aligned} {}_9C_3 &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= \boxed{84} \text{ (通り)} \end{aligned}$$

あり、残りの区画はすべて青色に塗ればよいから、塗り方は全部で84通りある。

5区画を赤色に塗る塗り方は、赤色に塗る区画の選び方が、

$$\begin{aligned} {}_9C_5 &= {}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 126 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

あり、残りの区画はすべて青色に塗ればよいから、塗り方は全部で126通りある。

同様に考えると、赤色に塗る区画の数が奇数である塗り方は全部で、

$$\begin{aligned} &{}_9C_1 + {}_9C_3 + {}_9C_5 + {}_9C_7 + {}_9C_9 \\ &= 9 + 84 + 126 + 36 + 1 \\ &= \boxed{256} \text{ (通り)} \end{aligned}$$

ある。

- (2)(i) 赤色に塗る区画は一つであり、9区画における色の配置が区画Eに関して対称となるように塗ることから、区画Eに塗る色は赤色である。よって、に当てはまるものはである。

区画A, B, D, Gのうち青色に塗る2区画の選び方が、

$$\begin{aligned} {}_4C_2 &= \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \\ &= 6 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

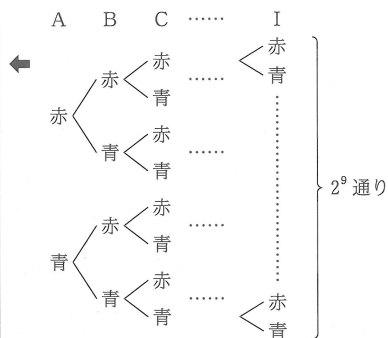
あり、このとき、区画C, F, H, Iのうち青色に塗る2区画も決まる。

また、区画A, B, D, Gのうち青色に塗らなかった残りの2区画を黄色に塗ればよいから、塗り方は全部で、

$$\boxed{6} \text{ (通り)}$$

ある。

- (ii) 3区画を赤色に塗るとき、区画Eは赤色に塗ることになる。区画A, B, D, Gのうち赤色に塗る1区画の選び方が、

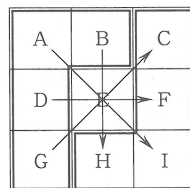


$$\leftarrow {}_nC_r = {}_nC_{n-r}$$

- 赤色に塗る区画が一つ、三つ、五つ、七つ、九つとなる場合の数の総数を考える。

$$\leftarrow {}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36.$$

- 区画Eに関して対称となる塗り方をすることから、区画Eを除いた8区画のうち、区画A, B, D, Gの塗り方だけを考えればよい。例えば、区画Aと区画Bを青色に塗ったとき、区画Hと区画Iも青色に塗ることになる。



- 例えば、区画Aを赤色に塗ったとき、区画Iも赤色に塗ることになる。

$${}_4C_1 = 4 \text{ (通り)}$$

あり、区画 A, B, D, G のうち赤色に塗らない 3 区画の塗り方は、それぞれ青色または黄色の 2 通りずつあるから塗り方は全部で、

$$4 \cdot 2^3 = \boxed{32} \text{ (通り)} \quad \dots \textcircled{1}$$

ある。

1 区画のみ赤色に塗る塗り方は、区画 A, B, D, G をそれぞれ青色または黄色に塗る方法を考えて、

$$2^4 = 16 \text{ (通り)} \quad \dots \textcircled{2}$$

ある。

5 区画を赤色に塗る塗り方は、区画 A, B, D, G のうち赤色に塗る 2 区画の選び方が ${}_4C_2$ 通りあり、赤色に塗らない 2 区画の塗り方は、それぞれ青色または黄色に塗る 2^2 通りあるから、塗り方は全部で、

$${}_4C_2 \cdot 2^2 = 24 \text{ (通り)} \quad \dots \textcircled{3}$$

ある。

7 区画を赤色に塗る塗り方は、区画 A, B, D, G のうち赤色に塗る 3 区画の選び方が ${}_4C_3$ 通りあり、赤色に塗らない 1 区画の塗り方は青色または黄色に塗る 2 通りあるから、塗り方は全部で、

$${}_4C_3 \cdot 2 = 8 \text{ (通り)} \quad \dots \textcircled{4}$$

ある。

9 区画すべて赤色に塗る塗り方は、

$$1 \text{ 通り} \quad \dots \textcircled{5}$$

ある。

したがって、赤色に塗る区画の数が奇数である塗り方は、①～⑤より、全部で、

$$32 + 16 + 24 + 8 + 1 = \boxed{81} \text{ (通り)}$$

ある。

← 赤色に塗るただ一つの区画は区画 E である。