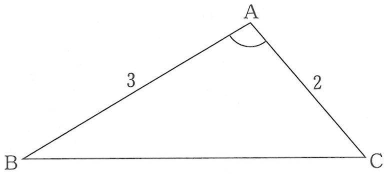
第2問　図形と計量，データの分析

〔1〕



余弦定理を用いると，

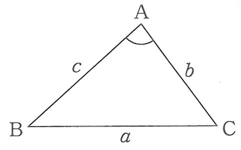
$$BC^2 = CA^2 + AB^2 - 2CA \cdot AB\cos\angle BAC$$
$$= 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)$$
$$= 15$$

であり，BC＞0 であるから，

$$BC = \sqrt{\boxed{15}}$$

である．

余弦定理



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A.$

$\cos\angle BAC = -\frac{1}{6}.$

また，

$$\sin\angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2\angle BAC}$$
$$= \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{6}\right)^2}$$
$$= \frac{\sqrt{\boxed{35}}}{\boxed{6}} \quad \cdots ①$$

である．

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，

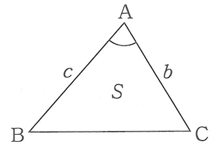
$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}.$

よって，

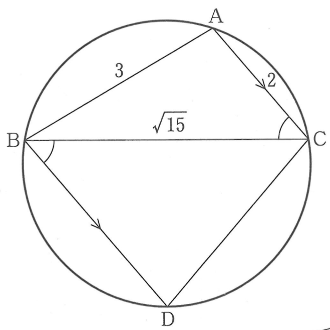
$$(\triangle ABC の面積) = \frac{1}{2}CA \cdot AB\sin\angle BAC$$
$$= \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{35}}{6}$$
$$= \frac{\sqrt{\boxed{35}}}{\boxed{2}}$$

である．

三角形の面積



$S = \frac{1}{2}bc\sin A.$



BD // AC より，四角形 ABDC は等脚台形であるから，

$$CD = AB = \boxed{3}$$

である．

また，四角形 ABDC は円に内接するから，

$$\angle BDC = 180° - \angle BAC \quad \cdots ②$$

であり，

$$\begin{aligned}\cos\angle BDC &= \cos(180° - \angle BAC)\\ &= -\cos\angle BAC\\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

である．

BD$=x$ $(x>0)$ とし，△BCD に余弦定理を用いると，

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2BD \cdot CD\cos\angle BDC$$

すなわち

$$(\sqrt{15})^2 = x^2 + 3^2 - 2\cdot x\cdot 3\cdot\frac{1}{6}$$

であるから，

$$\begin{aligned}x^2 - x - 6 &= 0\\ (x+2)(x-3) &= 0\\ x &= -2,\ 3\end{aligned}$$

である．

$x>0$ より，

$$BD = x = 3$$

である．

また，

$$\begin{aligned}\sin\angle BDC &= \sin(180° - \angle BAC) \quad (②より)\\ &= \sin\angle BAC\\ &= \frac{\sqrt{35}}{6} \quad (①より)\end{aligned}$$

であるから，

$$\begin{aligned}(\triangle BCD の面積) &= \frac{1}{2}BD\cdot CD\sin\angle BDC\\ &= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{35}}{6}\\ &= \frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{35}}}{\boxed{4}}\end{aligned}$$

である．

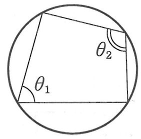
BD // AC より，

∠CBD＝∠ACB（錯角）．

よって，弧 CD と弧 AB に対する円周角は等しいから，

CD＝AB．

円に内接する四角形の性質



$\theta_1 + \theta_2 = 180°$．

$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$．

$\sin(180° - \theta) = \sin\theta$．

〔2〕

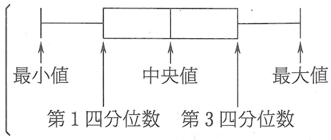
散布図より，1回目の得点および2回目の得点の最小値，最大値はおよそ次のようになる．

	最小値	最大値
1回目の得点	15〜20	80〜85
2回目の得点	25〜30	90

よって，1回目の得点の箱ひげ図は②であるから，$\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

さらに，2回目の得点の箱ひげ図は⑤であるから，$\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⑤}$ である．

← 1回目の得点の最小値は16か17であるが，この表では15〜20としている．

← 

〔3〕

21人のデータを値の小さい方から順に並べ，下位データ，中央値，上位データに分けると次のようになる．

下位データ　44, 46, 48, 49, 50, 50, 51, 52, 54, 55
中央値　58
上位データ　59, 62, 63, 64, 64, 65, 67, 69, 73, 75

(1)　中央値は58であるから，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

(2)　Q_1 は下位データの中央値であるから，

$$Q_1 = \frac{50+50}{2} = 50$$

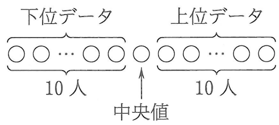
である．よって，$\boxed{\text{チ}}$ に当てはまるものは $\boxed{②}$ である．

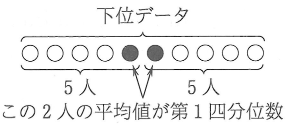
Q_3 は上位データの中央値であるから，

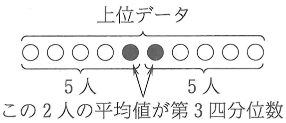
$$Q_3 = \frac{64+65}{2} = 64.5$$

である．よって，$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものは $\boxed{⑥}$ である．

← 21人に関するデータであるから，データを値の小さい方から順に並べたとき，下位データ，中央値，上位データは次のようになる．



← 

← 

(3)　与えられた度数分布表をもとに，体重のデータを八つの階級に分けたときの度数分布表を作ると次のようになる．

階級	人数
40 kg 以上 45 kg 未満	1
45 kg 以上 50 kg 未満	3
50 kg 以上 55 kg 未満	5
55 kg 以上 60 kg 未満	3
60 kg 以上 65 kg 未満	4
65 kg 以上 70 kg 未満	3
70 kg 以上 75 kg 未満	1
75 kg 以上 80 kg 未満	1

よって，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものは $\boxed{③}$ である．

← 例えば，

50 kg 以上 55 kg 未満

の階級を考えると，

50 kg が 2 人
51 kg が 1 人
52 kg が 1 人
53 kg が 0 人
54 kg が 1 人

であるから，

$2+1+1+0+1=5$（人）

である．

(4)　21 人の体重を，

$$z_1,\ z_2,\ z_3,\ \cdots,\ z_{21}$$

とする．

21 人の体重の平均値が 58.0 kg であるから，

$$z_1+z_2+z_3+\cdots+z_{21}=58.0\times21$$

である．

← (体重の総和)＝(平均値)×(人数)．

$z_1=54$，$z_2=62$ とすると，54 kg と 62 kg の 2 人の生徒を除いた 19 人の体重の平均値は，

$$\frac{z_3+z_4+\cdots+z_{21}}{19}=\frac{58.0\times21-54-62}{19}=58.0$$

であり，21 人の体重の平均値と一致する．

よって，$\overline{z}=58$ とすると，

$$V_0=\frac{(z_1-\overline{z})^2+(z_2-\overline{z})^2+(z_3-\overline{z})^2+\cdots+(z_{21}-\overline{z})^2}{21},$$

$$V_1=\frac{(z_3-\overline{z})^2+\cdots+(z_{21}-\overline{z})^2}{19}$$

であり，

$$\begin{aligned}&21V_0-19V_1\\&=\{(z_1-\overline{z})^2+(z_2-\overline{z})^2+(z_3-\overline{z})^2+\cdots+(z_{21}-\overline{z})^2\}\\&\qquad-\{(z_3-\overline{z})^2+\cdots+(z_{21}-\overline{z})^2\}\\&=(z_1-\overline{z})^2+(z_2-\overline{z})^2\\&=(54-58)^2+(62-58)^2\\&=\boxed{32}\end{aligned}$$

である．

← **偏差・分散**

変量 x についてのデータの値を x_1，x_2，…，x_n とし，その平均値を $\overline{x}$ とするとき，

$$x_1-\overline{x},\ x_2-\overline{x},\ \cdots,\ x_n-\overline{x}$$

をそれぞれ x_1，x_2，…，x_n の偏差という．さらに，偏差の 2 乗の平均値を x の分散という．つまり，

$$(x\text{ の分散})=\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}.$$