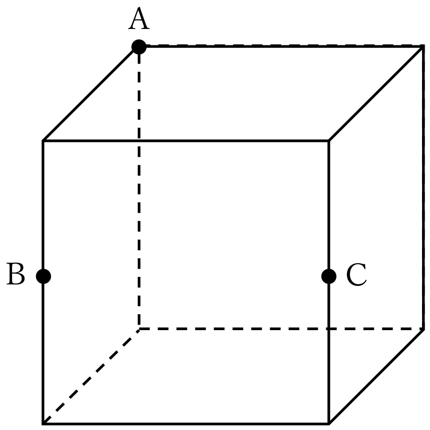
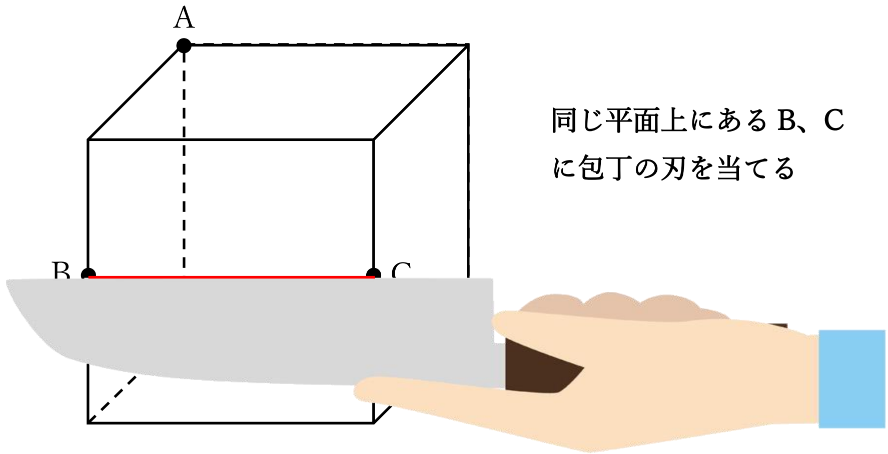
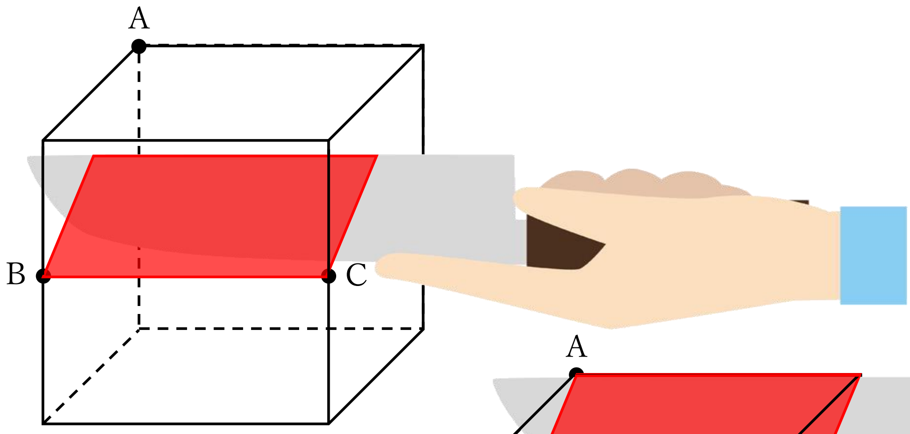
問24

（1）　A、B、C を通る切り口



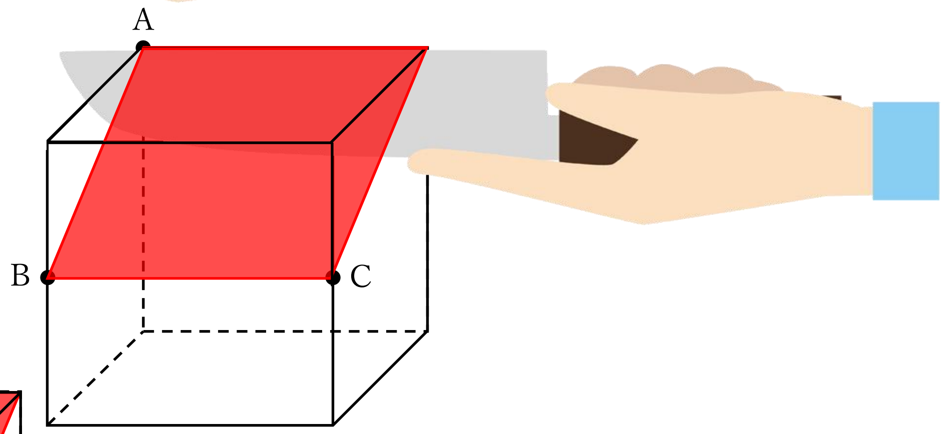


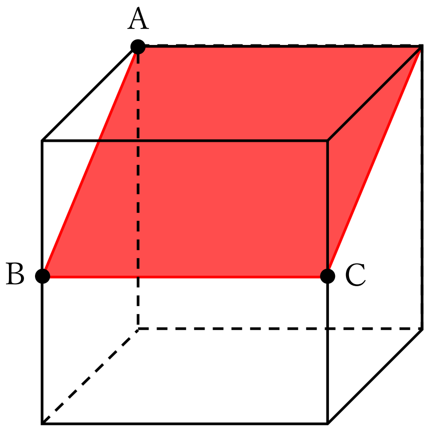
**同じ平面上にある B、C
に包丁の刃を当てる**



A と B は同じ平面上にあるので、
B から A に向かって刃をスライド

A まで刃が到達

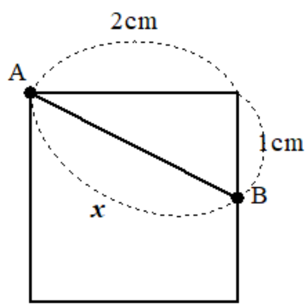




A、B、C を通るように切っていくと、切り口は長方形になる。
BC＝ $2cm$　と分かるが、AB の大きさが分からない。

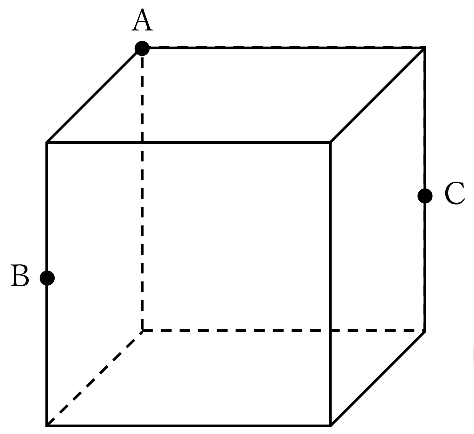
よって、三平方の定理を用いて計算する。

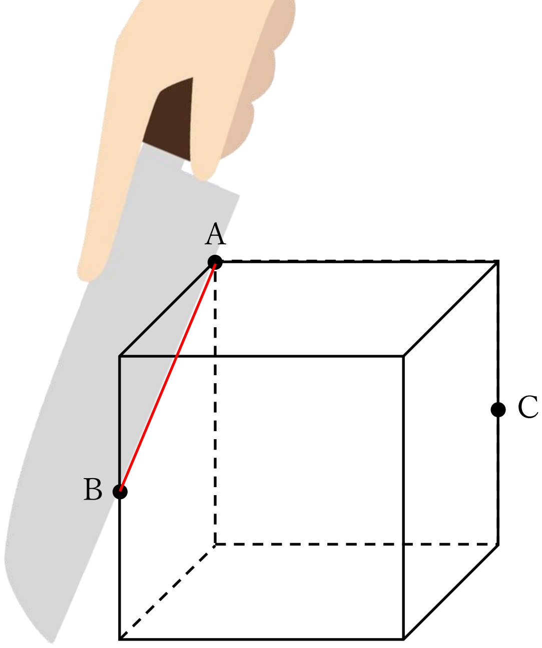
$x^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$　　$x = \pm\sqrt{5}$　AB＞０より、AB＝ $\sqrt{5}\,cm$



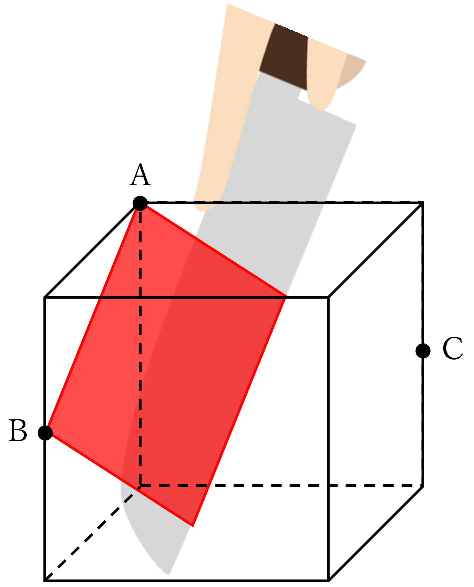
以上より、切り口の面積は、$2 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}\,cm^2$

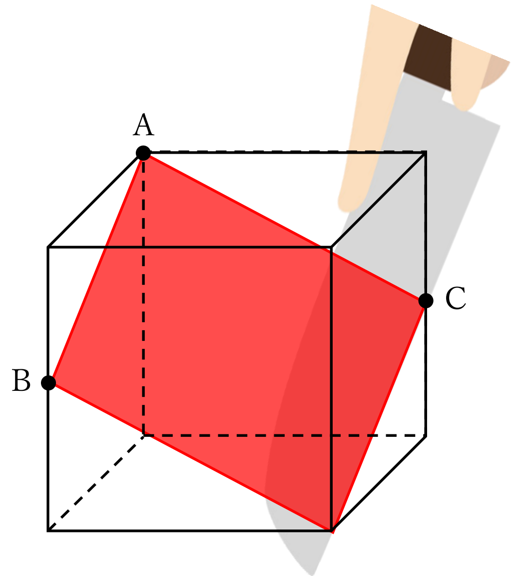
(2) A、B、C を通る切り口





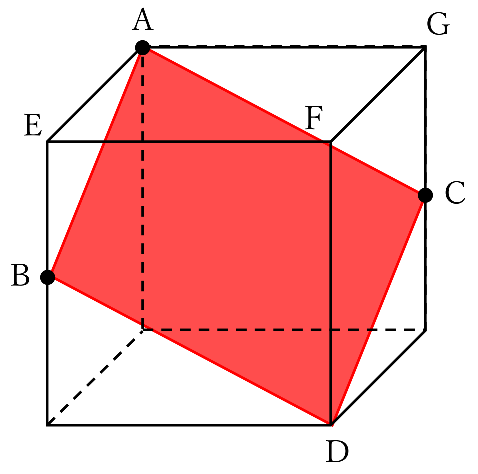
同じ平面上の A、B に包丁の刃を当てる





A と C は同じ平面上にあるから、
A から C へ向けて刃をスライド

刃が C へ到達



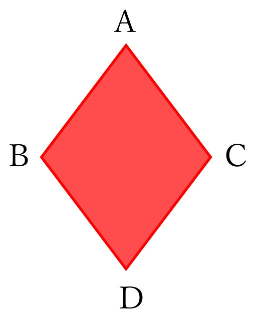
A、B、C を通る切り口は四角形となる。
どんな四角形になるかが問題。

(1)同様に、B、C はともに各辺の中点であるから、

各辺の大きさは $\sqrt{5}\,cm$ となる。

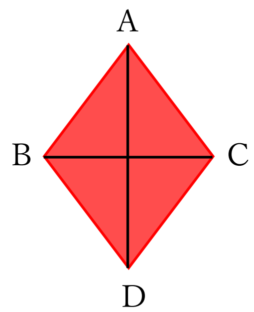
4 つ目の頂点を D とすると、四角形 A B D C は

1 辺 $\sqrt{5}\,cm$ の<u>ひし形</u>であることがわかる。



(**各辺は垂直ではない**ので、正方形と考えないこと)
(もし正方形なら、2 つの対角線も同じ大きさになるが、そうはならないことが次のページで分かる)

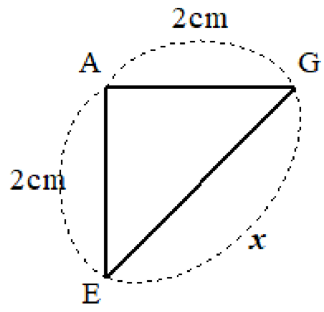
ひし形の面積は【対角線×対角線÷2】であるから、
2つの対角線ＡＤ、ＢＣを算出しなければならない。



立方体の上面をＡＥＦＧとする。
対角線ＢＣ＝ＥＧ。
ＥＧは直角二等辺三角形ＡＥＧの斜辺であるから、

$x^2=2^2+2^2=4+4=8 \qquad x=\pm2\sqrt{2}$

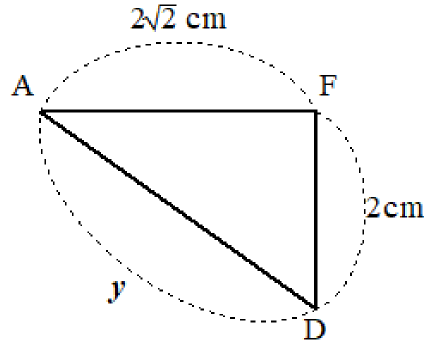
ＥＧ＞０より、ＥＧ＝$2\sqrt{2}$　よって、ＢＣ＝$2\sqrt{2}\,cm$



また、ＡＤは直角三角形ＡＤＦの斜辺であるから、ＡＦ＝ＥＧ＝$2\sqrt{2}$より、

$y^2=(2\sqrt{2})^2+2^2=8+4=12 \qquad y=\pm2\sqrt{3}$

ＡＤ＞０より、ＡＤ＝$2\sqrt{3}\,cm$

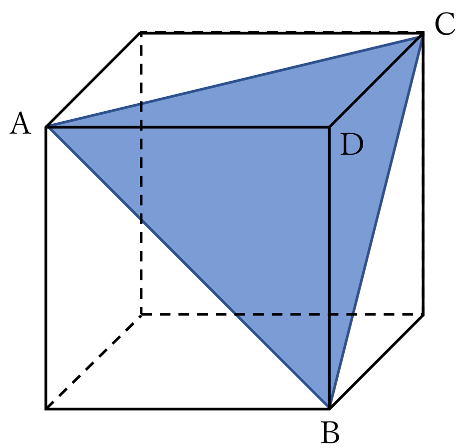


以上から、切り口の面積は、

$2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}\div2=4\sqrt{6}\div2=2\sqrt{6}\,cm^2$

問 25

(1)三角錐 D－ABC の体積は
底面を ABD、高さを CD とすると簡単に得られる。



1 辺 2cm の立方体だから、

体積は、$2\times2\times\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}cm^3$

(2)ABC を底面にすると、D からの高さが分からない。

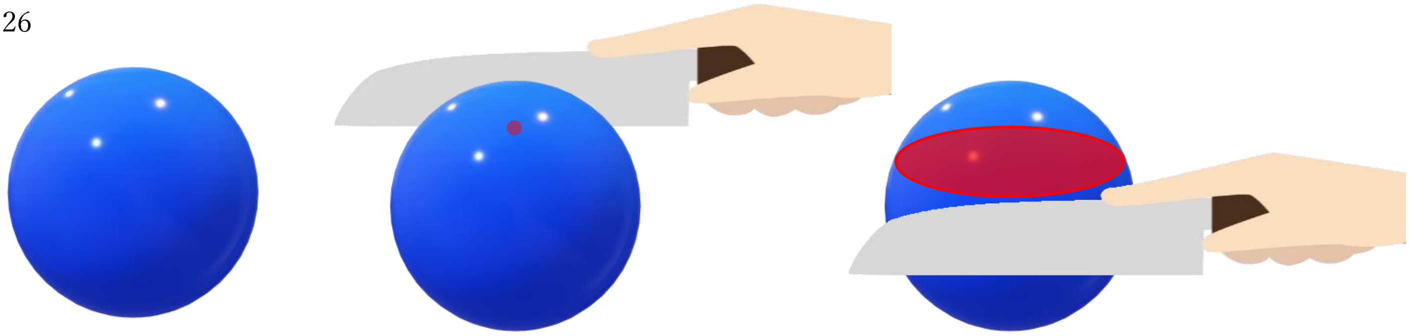
しかし、底面積が$2\sqrt{3}\,cm^2$と与えられているので、

高さを x として式を組めば求められる。

$2\sqrt{3}\times x\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3} \qquad \frac{2\sqrt{3}}{3}x=\frac{4}{3} \qquad x=\frac{4}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

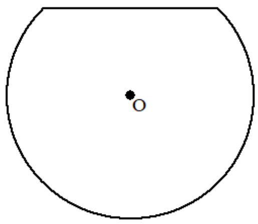
よって、△ABC と点 D からの距離の大きさは、$\frac{2\sqrt{3}}{3}\ cm$

問 26

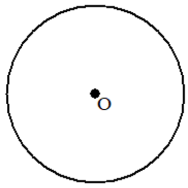


球を　　⇒　　奥から　　⇒　　手前に切る

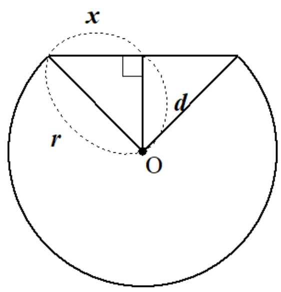
I



II



このときの切り取られた中心の残る立体を真横から見た図がＩ、切り口を真上から見た図がII　である。
球の半径は r、中心から d の距離で切り取ったから、右図のような関係が書き込める。
切り口の円の半径を x とすると、三平方より、



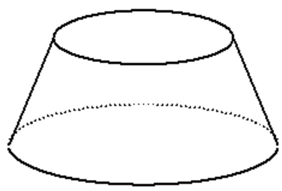
$x^2+d^2=r^2$　となり、$x^2=r^2-d^2$　　$x=\pm\sqrt{r^2-d^2}$

よって、半径は $\sqrt{r^2-d^2}$

面積は、$x\times x\times\pi=\pi x^2=\pi(r^2-d^2)$　　と表せる。

問 27

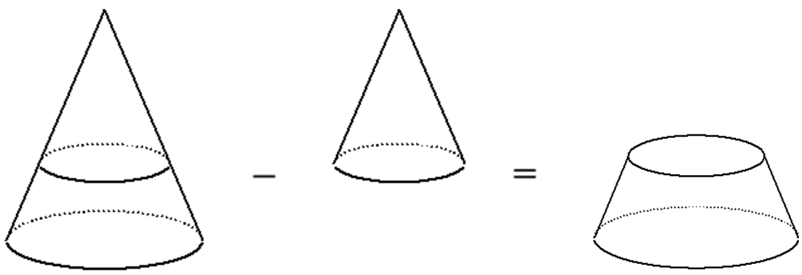
図 I



問題の台形を軸で回転させてできる立体は、右図Ｉ。
しかしこれだと体積は求めにくい。

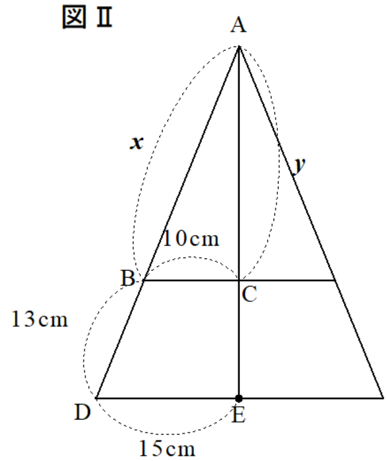
なので、以下のように、
図Ｉを含む円錐から、Ｉを除く円錐を引いて、体積を求めよう。

図 I



図Ⅰを含む円錐を真横から見ると、図Ⅱのように関係が書き込める。
体積を求めるためには、それぞれの円錐の体積、AC と AE が必要である。
AE は回転軸ℓであり、AB＝x、AC＝y とおいて求めていこう。

図Ⅱ



BC//DE であるから、△ABC∽△ADE であることが分かる。
相似比は、BC：DE＝10：15＝2：3　である。
ここで対応する辺の比から、$x:(x+13)=2:3$　$3x=2x+26$　$x=26$

三平方より、$y^2+10^2=26^2$　$y^2=676-100=576$　$y=\pm 24$

$y>0$ より、$y=24$

対応する辺の比から、AC：AE＝24：AE＝2：3　2AE＝72　AE＝36

以上で、立体の体積を求めるための準備が整った。
【大きい円錐】－【小さい円錐】

$$15\times 15\times \pi\times 36\times \frac{1}{3}-10\times 10\times \pi\times 24\times \frac{1}{3}\ =2700\pi-800\pi\ =1900\pi\ cm^3$$

$\boxed{\text{問 28}}$

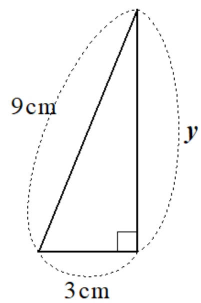
半径 9 ㎝、中心角 120°　のおうぎ形を側面としてつくる円錐。
その底面半径と高さが分かれば、円錐の体積も算出できる。

[おうぎ形の弧 ＝ 円錐の底面の円周]
であるから、条件よりおうぎ形の弧の長さを算出しよう。

おうぎ形の弧の長さ（底面円周）：$2\times 9\times \pi\times \frac{120}{360}=6\pi\ cm$

底面の円の半径を x とおいて、半径を求めよう。
$2\pi x=6\pi$　$x=3\ cm$

円錐の半径と母線は、それぞれ 3 と 9 であることが分かった。
右の図のように、直角三角形の位置関係から、三平方の定理を用いて高さが算出できる。



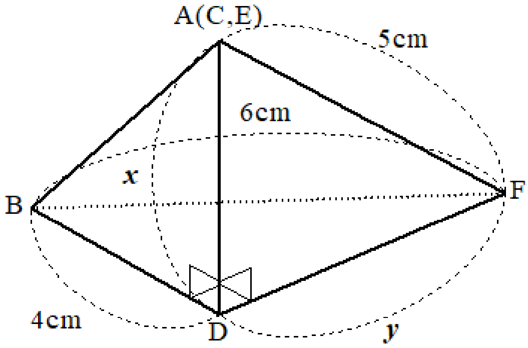
$3^2+y^2=9^2$　$y^2=81-9=72$　$y=\pm 6\sqrt{2}$

したがって、高さは$6\sqrt{2}\ cm$

以上から、底面半径$3cm$、高さ $6\sqrt{2}\ cm$ の円錐の体積を求めよう。

$$3\times 3\times \pi\times 6\sqrt{2}\times \frac{1}{3}=18\sqrt{2}\pi\ cm^3$$

問 29



問題の図を組み立てると、
右図のような、△BDF が底面、AD が高さの三角錐ができる。
底面積を求めるためには DF が、高さを求めるためには AD が
それぞれ分からなければ算出できない。

AD＝x、DF＝y とおき、底面積と高さを算出しよう。

まずは底面積から。
DF を求めるためには、直角三角形 BDF から三平方の定理を用いる。

$4^2+y^2=6^2$　　$y^2=36-16=20$　　$y=\pm 2\sqrt{5}$　　よって、DF＝$2\sqrt{5}\ cm$

底面積：$4\times 2\sqrt{5}\times\dfrac{1}{2}=4\sqrt{5}\ cm^2$

次に三角錐の高さ AD を求めよう。
DF が求まったことより、直角三角形 ADF から三平方の定理を用いる。

$x^2+(2\sqrt{5})^2=5^2$　　$x^2=25-20=5$　　$x=\pm\sqrt{5}$　　よって、AD＝$\sqrt{5}\ cm$

以上から、三角錐の体積は

【 底面積 × 高さ × $\dfrac{1}{3}$ 】 より、　$4\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{20}{3}\ cm^3$