$\boxed{1}$

$$\begin{cases} C_1 : y = |x^2 - 4x| \\ C_2 : y = x^2 - 2x + a + 1 \end{cases}$$

(1). $0 \leqq x \leqq 4$

C_1 について.

$x^2 - 4x \leqq 0$ のとき

$x(x-4) \leqq 0$

$0 \leqq x \leqq 4$ となるので.

$y = -(x^2 - 4x)$

$= -\{(x-2)^2 - 4\}$

$= -(x-2)^2 + 4$

(頂) $\underline{(2, 4)}$ アイ.

C_2 が C_1 の(頂)を通るとき

$(2, 4)$ を C_2 へ代入すると.

$4 = 2^2 - 2 \times 2 + a + 1$.

$= 4 - 4 + a + 1$

$= a + 1$

$a = \underline{3}$ ウ

また. C_1 が C_2 と接するとき

$-(x^2 - 4x) = x^2 - 2x + a + 1$.

$-x^2 + 4x = x^2 - 2x + a + 1$.

$2x^2 - 6x + a + 1 = 0$.

判別式を D とすると. $D = 0$

$D/4 = (-3)^2 - 2 \cdot (a+1) = 0$.

$9 - 2a - 2 = 0$

$-2a = -7$

$a = \underline{\frac{7}{2}}$ エオ.

(2) C_2 について.

$y = x^2 - 2x + a + 1$

$= (x-1)^2 - 1 + a + 1$

$= (x-1)^2 + a$

(頂) $(1. a)$

グラフは. $x = \underline{1}$ 上をうごく
カ

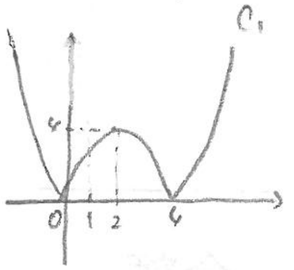
C_1 について

$x^2 - 4x > 0$ のとき.

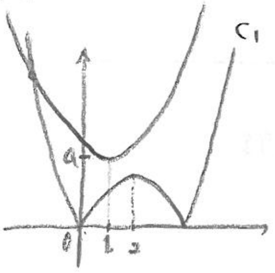
$x(x-4) > 0$

$x < 0$. $4 < x$.

このとき $y = x^2 - 4x$.

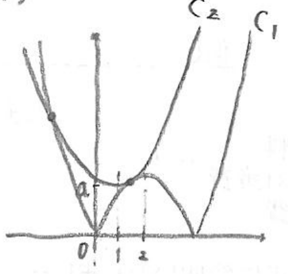


(i)



$\underline{1コ}$.

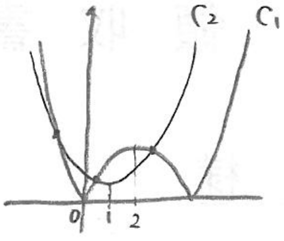
(ii)



このときは $a = \frac{7}{2}$.

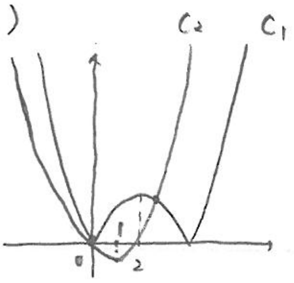
$\underline{2コ}$.

(iii)



$\underline{3コ}$.

(iv)



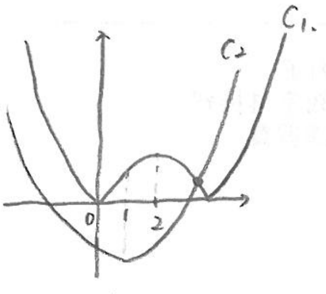
$\underline{2コ}$.

↑

C_2 が原点 $(0, 0)$ を通るとき.

$a + 1 = 0$ $a = -1$.

(v)



$\underline{1コ}$

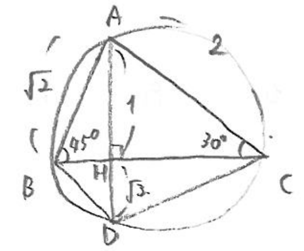
(i)〜(v) より. 交点の数は

$$\begin{cases} \underline{\frac{7}{2}} < a \text{ のとき} & 1\text{個}. \\ \frac{7}{2} = a \text{ のとき} & 2\text{個}. \\ \underline{-1} < a < \frac{7}{2} \text{ のとき} & 3\text{個} \\ a = -1 \text{ のとき} & 2\text{個} \\ a < -1 \text{ のとき} & 1\text{個} \end{cases}$$

キク ($\frac{7}{2}$)

ケコ. (-1)

$\boxed{2}$.



$0^\circ < B < 90^\circ$

△ABCの外接円の半径Rは
正弦定理より

$$2R = \frac{AB}{\sin C}$$

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2 \times \sin 30^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = \underline{\sqrt{2}} \text{ ア.}$$

同様に、

$$2R = \frac{AC}{\sin B} \text{ より}$$

$$\sin B = \frac{2}{2 \times \sqrt{2}} = \underline{\frac{1}{\sqrt{2}}} \text{ イウ.}$$

$$\angle ABC = \underline{45^\circ} \text{ エオ}$$

$$\cos B = \frac{BH}{AB} \text{ より}$$

$$BH = AB \cos 45^\circ$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{1} \text{ カ.}$$

同様に、

$$\cos C = \frac{CH}{AC}$$

$$CH = AC \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$BC = BH + CH = \underline{1 + \sqrt{3}} \text{ キク.}$$

△ABCの面積

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times (1+\sqrt{3}) \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times (1+\sqrt{3}) \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \underline{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \text{ ケ〜サ}$$

方べきの定理より、

$AH \times DH = BH \times CH$、

△ABHは、AH = BHの直角二等辺三角形より、
AH = 1.

よって、

$1 \times HD = 1 \times \sqrt{3}$　　　$HD = \underline{\sqrt{3}}$ シ.

△ABCと△BCDは、底辺を共通線分BCと見ると、
高さがそれぞれAH, DHとなり、
それが面積比となる。よって、$\underline{1 : \sqrt{3}}$ スセ.

$$\triangle ABC : \triangle BCD = 1 : \sqrt{3}.$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} : \triangle BCD = 1 : \sqrt{3}$$

$$\triangle BCD = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}+3}{2}.$$

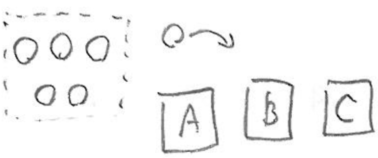
四角形ABCDの面積

$$\triangle ABC + \triangle BCD$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}+3}{2}$$

$$= \frac{4+2\sqrt{3}}{2} = \underline{2+\sqrt{3}} \text{ ソタ}$$

$\boxed{3}$.



{ 5コ投げ終わる
or
1つの箱に4コ入る

⇒ 終了.

(1). 1コ目 $\boxed{B}$ に入る. 残り4つ $\boxed{A}$ に入る.

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{3^5}=\underline{\frac{1}{243}}$$ ア〜エ

(2). 4コの球を投げて終わる.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4\times3=\frac{1}{3^3}=\underline{\frac{1}{27}}$$ オ〜キ.

(3). 5コ投げて $\boxed{A}$ に4コ入る.

$\boxed{A}$-4, $\boxed{B}$-1 / $\boxed{A}$-4, $\boxed{C}$-1.

4投目までに $\boxed{A}$-3, $\boxed{\ }$-1. に入り

最後に $\boxed{A}$.

$$\left\{{}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}\right\}\times2.$$

$$=4\times\frac{1}{3^5}\times2=\underline{\frac{8}{243}}$$ ク〜サ.

(4). 5コ投げて、$\boxed{A}$-3コ, $\boxed{B}$ と $\boxed{C}$ に各1コ

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{5!}{3!}=\frac{1}{3^5}\cdot\frac{5\cdot4\cdot\cancel{3\cdot2}}{\cancel{3\cdot2}}$$

$$=\underline{\frac{20}{243}}$$ シ〜タ.

(5) $\underbrace{\boxed{A}\text{ に4コ入っているとき}}_{a}$. $\underbrace{\boxed{B}\text{ に1コ入る.}}_{b}$

(2), (3) より.

$$P(a)=\left(\frac{1}{3}\right)^4+\frac{8}{243}=\frac{3+8}{243}=\frac{11}{243}$$

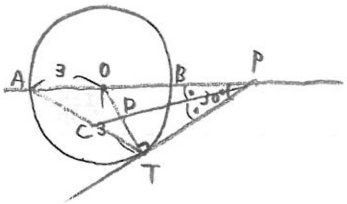
(3) より

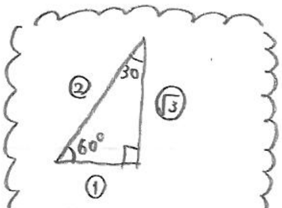
$$P(a\cap B)={}_4C_3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{243}$$

よって.

$$P_a(b)=\frac{P(a\cap b)}{P(a)}=\frac{\frac{4}{243}}{\frac{11}{243}}=\underline{\frac{4}{11}}$$ チ〜テ

$\boxed{4}$.





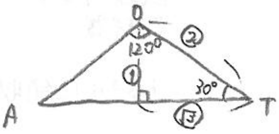
$\underline{1 : 2 : \sqrt{3}\text{ の比.}}$

OT : OP = 1 : 2 より.

3 : OP = 1 : 2.

OP = 6.

OB = 3 より. PB = 6 − 3 = $\underline{3}$ ア



$OT : \frac{1}{2}AT = 2 : \sqrt{3}$ より.

$3 : \frac{1}{2}AT = 2 : \sqrt{3}$

$AT = \underline{3\sqrt{3}}$ イウ.

$OT : PT = 1 : \sqrt{3}$.

$3 : PT = 1 : \sqrt{3}$

$PT = 3\sqrt{3}$.

∠OAT = 30° = ∠OPT から
△APT は AT = PT の二等辺三角形

※この考えを用いてもOK

∠APT の二等分線より.

$AC : CT = AP : PT = (3+6) : 3\sqrt{3} = 9 : 3\sqrt{3} = 3 : \sqrt{3}$

メネラウスより

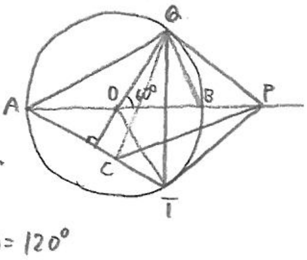
$$\frac{OP}{AO}\cdot\frac{DC}{PD}\cdot\frac{TA}{CT}=\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{DC}{PD}\cdot\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1.$$

$$\frac{DC}{PD}=\frac{\sqrt{3}}{2(3+\sqrt{3})}$$

$$PD : DC = 2(3+\sqrt{3}) : \sqrt{3} = \frac{2(3+\sqrt{3})}{\sqrt{3}} : 1 = \frac{2(\overset{1}{\cancel{3}}\sqrt{3}+\overset{1}{\cancel{3}})}{\cancel{3}} : 1$$

$$= \underline{2\sqrt{3}+2 : 1}$$ エ〜カ

△ACQ の面積を最大にする Q は、
底辺 AC から、O を通る垂線と
円との交点を Q としたときに
高さが最大となる。



つまり、直線 OQ は ∠AOT を二等分し、
∠BOQ = 60° となる図を描く。
これより ∠AOT = ∠TOQ = ∠QOA = 120°
となる3つの合同な二等辺三角形が見えてくる。
したがって、△ATQ は正三角形とわかるので、QT = AT = $\underline{3\sqrt{3}}$. キク

また、△APT ≡ △APQ である。

AO = OB = BP = 3 より

{ $\triangle OBQ=\frac{1}{3}\triangle APQ$.
$\triangle APQ=\frac{1}{2}ATPQ$ であるから

$$\triangle OBQ=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}ATPQ=\frac{1}{6}ATPQ.$$

ATPQ は、△OBQ の $\underline{6}$倍 ケ

四.

(1) $\begin{cases} a = 231_{(5)} \\ b = 124_{(5)} \end{cases}$

$a+b = 231_{(5)} + 124_{(5)}$

$= \underline{410_{(5)}}$ ア〜ウ

$$\begin{array}{r} 231 \\ \underline{124} \\ 410 \end{array}$$

$a-b = 231_{(5)} - 124_{(5)}$

$= \underline{102_{(5)}}$ エ〜カ

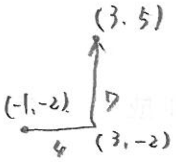
$$\begin{array}{r} 2\overset{2}{\cancel{3}}\overset{6}{\cancel{1}} \\ \underline{124} \\ 102 \end{array}$$

(2) $7x - 4y = 1.$

$(-1, -2).$

$4y = 7x - 1$

$y = \frac{7}{4}x - \frac{1}{4}$



$\underline{(3, 5)}$ キ,ク

$$\begin{array}{rl} & 7x - 4y = 1 \\ -) & 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5 = 1 \\ \hline & 7(x-3) - 4(y-5) = 0 \end{array}$$

$7(x-3) = 4(y-5)$

$\begin{cases} x - 3 = 4k \\ y - 5 = 7k \end{cases}$

$x = \underline{4k+3}$ ケコ, $y = \underline{7k+5}$ サシ.

$0 \leqq x \leqq 100.$ より

$0 \leqq 4k+3 \leqq 100$

$-3 \leqq 4k \leqq 97$

$-\frac{3}{4} \leqq k \leqq \frac{97}{4} = 24\frac{1}{4}$

$0 \leqq k \leqq 24.$ —①

$100 \leqq y \leqq 200$ より

$100 \leqq 7k+5 \leqq 200.$

$95 \leqq 7k \leqq 195$

$\frac{95}{7} = 13\frac{4}{7} \leqq k \leqq \frac{195}{7} = 28\frac{1}{7}$

$14 \leqq k \leqq 28$ —②

①,② より $14 \leqq k \leqq 24$

よって、条件をみたす (x, y) の組は

$24 - 14 + 1 = 11$ $\underline{11組}$ スセ