**158** (1) $z=x^2+y^2$ とする。

$2x+y=1$ より $y=1-2x$ であるから

$$z=x^2+y^2=x^2+(1-2x)^2$$
$$=5x^2-4x+1=5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}$$

よって，$z$ は $x=\frac{2}{5}$ で最小値 $\frac{1}{5}$ をとる。

このとき　$y=1-2\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

したがって　$x=\frac{2}{5}$，$y=\frac{1}{5}$ のとき最小値 $\frac{1}{5}$

(2) $z=xy$ とする。

$x+2y+3=0$ より $x=-2y-3$ であるから

$$z=xy=(-2y-3)y=-2y^2-3y$$
$$=-2\left(y+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$$

よって，$z$ は $y=-\frac{3}{4}$ で最大値 $\frac{9}{8}$ をとる。

このとき　$x=-2\left(-\frac{3}{4}\right)-3=-\frac{3}{2}$

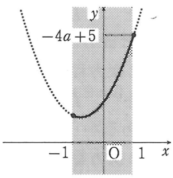
したがって　$x=-\frac{3}{2}$，$y=-\frac{3}{4}$ のとき最大値 $\frac{9}{8}$

**159** $y=2x^2-4ax+3$ を変形すると

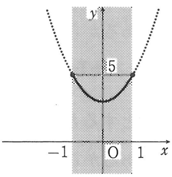
$$y=2(x-a)^2-2a^2+3$$

よって，放物線の軸は　$x=a$

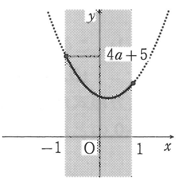
(1) $a<0$ のとき，グラフは右の図の実線部分である。
よって，$x=1$ で最大値 $-4a+5$ をとる。




(2) $a=0$ のとき，グラフは右の図の実線部分である。
よって，$x=\pm1$ で最大値 5 をとる。




(3) $a>0$ のとき，グラフは右の図の実線部分である。
よって，$x=-1$ で最大値 $4a+5$ をとる。



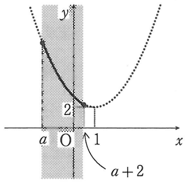

**160** $y=x^2-2x+3$ を変形すると

$$y=(x-1)^2+2$$

よって，放物線の軸は　直線 $x=1$，
頂点は　点 $(1,\ 2)$

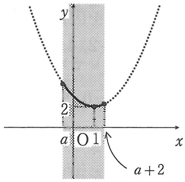
(1) $a<-1$ のとき，
$a+2<1$ であるから，
グラフは右の図の実線部分である。
$x=a+2$ のとき

$$y=\{(a+2)-1\}^2+2$$
$$=(a+1)^2+2$$
$$=a^2+2a+3$$




よって，$x=a+2$ で最小値 $a^2+2a+3$ をとる。

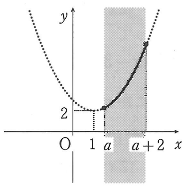
(2) $-1\leqq a\leqq1$ のとき，
$a\leqq1\leqq a+2$ であるから，
グラフは右の図の実線部分である。
よって，$x=1$ で最小値 2 をとる。




(3) $1<a$ のとき，グラフは右の図の実線部分である。
$x=a$ のとき

$$y=a^2-2a+3$$

よって，$x=a$ で最小値 $a^2-2a+3$ をとる。




**161** (1) $x+2=0$ または $x+5=0$

したがって，解は　$x=-2,\ -5$

(2) $x=0$ または $x-9=0$

したがって，解は　$x=0,\ 9$

(3) $3x-1=0$ または $x+3=0$

したがって，解は　$x=\frac{1}{3},\ -3$

(4) 左辺を因数分解すると　$(x-1)(x-5)=0$

よって　$x-1=0$ または $x-5=0$

したがって，解は　$x=1,\ 5$

(5) 左辺を因数分解すると　$(x-2)(x+7)=0$

よって　$x-2=0$ または $x+7=0$

したがって，解は　$x=2,\ -7$

(6) 左辺を因数分解すると　$x(x-4)=0$

よって　$x=0$ または $x-4=0$

したがって，解は　$x=0,\ 4$

(7) 左辺を因数分解すると

$$(x+3)(3x+2)=0$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 3 & \longrightarrow 9 \\ 3 & 2 & \longrightarrow 2 \\ \hline 3 & 6 & 11 \end{array}$$

よって

$$x+3=0 \text{ または } 3x+2=0$$

したがって，解は　$x=-3,\ -\frac{2}{3}$

(8) 左辺を因数分解すると

$(x-1)(2x+1)=0$

$$\begin{array}{cccc} 1 & & -1 \longrightarrow & -2 \\ 2 & \times & 1 \longrightarrow & 1 \\ \hline 2 & & -1 & -1 \end{array}$$

よって

$x-1=0$ または $2x+1=0$

したがって，解は　$x=1,\ -\dfrac{1}{2}$

(9) 左辺を因数分解すると

$(2x-1)(2x-3)=0$

$$\begin{array}{cccc} 2 & & -1 \longrightarrow & -2 \\ 2 & \times & -3 \longrightarrow & -6 \\ \hline 4 & & 3 & -8 \end{array}$$

よって

$2x-1=0$ または $2x-3=0$

したがって，解は　$x=\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}$

(10) 左辺を因数分解すると

$(x+2)(4x-1)=0$

$$\begin{array}{cccc} 1 & & 2 \longrightarrow & 8 \\ 4 & \times & -1 \longrightarrow & -1 \\ \hline 4 & & -2 & 7 \end{array}$$

よって

$x+2=0$ または $4x-1=0$

したがって，解は　$x=-2,\ \dfrac{1}{4}$

(11) 左辺を因数分解すると

$(2x-3)(3x+2)=0$

$$\begin{array}{cccc} 2 & & -3 \longrightarrow & -9 \\ 3 & \times & 2 \longrightarrow & 4 \\ \hline 6 & & -6 & -5 \end{array}$$

よって

$2x-3=0$ または $3x+2=0$

したがって，解は　$x=\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{2}{3}$

(12) 左辺を因数分解すると

$(2x-1)(4x+3)=0$

$$\begin{array}{cccc} 2 & & -1 \longrightarrow & -4 \\ 4 & \times & 3 \longrightarrow & 6 \\ \hline 8 & & -3 & 2 \end{array}$$

よって

$2x-1=0$ または $4x+3=0$

したがって，解は　$x=\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{3}{4}$

**162** (1) $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot1\cdot8}}{2\cdot1}=\dfrac{7\pm\sqrt{17}}{2}$

(3) $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot2\cdot(-1)}}{2\cdot2}=\dfrac{5\pm\sqrt{33}}{4}$

(4) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot3\cdot(-3)}}{2\cdot3}=\dfrac{-1\pm\sqrt{37}}{6}$

(5) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot2\cdot(-2)}}{2\cdot2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{25}}{4}=\dfrac{3\pm5}{4}$

よって　$x=2,\ -\dfrac{1}{2}$

(6) $x=\dfrac{-20\pm\sqrt{20^2-4\cdot4\cdot25}}{2\cdot4}=-\dfrac{5}{2}$

**163** (1) $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\cdot(-1)}}{3}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{7}}{3}$

(2) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-1\cdot(-4)}}{1}=-1\pm\sqrt{5}$

(3) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-3\cdot2}}{3}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$

(4) $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\cdot1}}{1}=3\pm\sqrt{8}$

$=3\pm2\sqrt{2}$

(5) $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-5\cdot(-3)}}{5}=\dfrac{-1\pm4}{5}$

よって　$x=\dfrac{3}{5},\ -1$

(6) $x=\dfrac{-(-15)\pm\sqrt{(-15)^2-25\cdot9}}{25}=\dfrac{3}{5}$

**164** (1) 2次方程式 $x^2+4x+1=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=4^2-4\cdot1\cdot1=12>0$

であるから，実数解の個数は　2個

(2) 2次方程式 $x^2+2x-1=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=2^2-4\cdot1\cdot(-1)=8>0$

であるから，実数解の個数は　2個

(3) 2次方程式 $6x^2-7x+3=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-7)^2-4\cdot6\cdot3=-23<0$

であるから，実数解の個数は　0個

(4) 2次方程式 $9x^2+12x+4=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=12^2-4\cdot9\cdot4=0$

であるから，実数解の個数は　1個

(5) 2次方程式 $3x^2-2\sqrt{2}\,x+2=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-2\sqrt{2})^2-4\cdot3\cdot2=-16<0$

であるから，実数解の個数は　0個

(6) 2次方程式 $\dfrac{3}{4}x^2-\sqrt{3}\,x+1=0$ の判別式を

$D$ とすると　$D=(-\sqrt{3})^2-4\cdot\dfrac{3}{4}\cdot1=0$

であるから，実数解の個数は　1個

**165** (1) この2次方程式の判別式を $D$ とすると

$D=4^2-4\cdot1\cdot m=16-4m$

2次方程式が異なる2つの実数解をもつのは $D>0$ のときであるから

$16-4m>0$

これを解いて　$m<4$

(2) この2次方程式の判別式を $D$ とすると

$D=1^2-4\cdot3\cdot m=1-12m$

2 次方程式が実数解をもたないのは $D<0$ のときであるから　$1-12m<0$

これを解いて　$m>\frac{1}{12}$

(3) この 2 次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=1^2-4\cdot2\cdot(-m+1)=8m-7$$

2 次方程式が実数解をもつのは $D\geqq0$ のときであるから　$8m-7\geqq0$

これを解いて　$m\geqq\frac{7}{8}$

**166** (1) この 2 次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=2^2-4\cdot1\cdot(m-3)$$
$$=16-4m$$

2 次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　$16-4m=0$

これを解いて　$m=4$

$m=4$ のとき，方程式は　$x^2+2x+1=0$

したがって，重解は　$x=-1$

(2) この 2 次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=m^2-4\cdot1\cdot(m+3)$$
$$=m^2-4m-12$$

2 次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　$m^2-4m-12=0$

すなわち　$(m+2)(m-6)=0$

これを解いて　$m=-2,\ 6$

$m=-2$ のとき，方程式は　$x^2-2x+1=0$

したがって，重解は　$x=1$

$m=6$ のとき，方程式は　$x^2+6x+9=0$

したがって，重解は　$x=-3$

**167** (1) 整理すると　$x^2-3x+2=0$

左辺を因数分解して　$(x-1)(x-2)=0$

よって　$x=1,\ 2$

(2) 両辺に $-1$ を掛けて　$2x^2+2x-3=0$

解の公式により

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-2\cdot(-3)}}{2}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{2}$$

(3) 両辺を展開して

$$x^2+9x+20=3x^2+9x+6-4$$

整理すると　$2x^2-18=0$

すなわち　$x^2=9$

よって　$x=\pm3$

(4) 両辺を 10 倍して　$2x^2-x-10=0$

左辺を因数分解すると　$(x+2)(2x-5)=0$

よって　$x=-2,\ \frac{5}{2}$

(5) 両辺を 12 倍して　$2x^2+3x-9=0$

左辺を因数分解すると　$(x+3)(2x-3)=0$

よって　$x=-3,\ \frac{3}{2}$

(6) 解の公式により

$$x=\frac{-\sqrt{2}\pm\sqrt{(\sqrt{2})^2-1\cdot(-3)}}{1}$$
$$=-\sqrt{2}\pm\sqrt{5}$$

(7) $x+\sqrt{2}=A$ とおくと　$A^2+2A-3=0$

左辺を因数分解すると　$(A-1)(A+3)=0$

よって　$A=1,\ -3$

すなわち　$x+\sqrt{2}=1$ または $x+\sqrt{2}=-3$

したがって　$x=1-\sqrt{2},\ -3-\sqrt{2}$

(8) $x-1=A$ とおくと

$$A^2-\sqrt{5}A-1=0$$

解の公式により

$$A=\frac{-(-\sqrt{5})\pm\sqrt{(-\sqrt{5})^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}$$
$$=\frac{\sqrt{5}\pm3}{2}$$

よって　$x-1=\frac{\sqrt{5}\pm3}{2}$

したがって　$x=\frac{5+\sqrt{5}}{2},\ \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

注 (4), (5) の左辺の因数分解が思いつかないときは，解の公式から解を求めるとよい。

**168** この 2 次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=3^2-4\cdot2\cdot m=9-8m$$

[1] $D>0$ すなわち $9-8m>0$ のとき
実数解の個数は 2 個

[2] $D=0$ すなわち $9-8m=0$ のとき
実数解の個数は 1 個

[3] $D<0$ すなわち $9-8m<0$ のとき
実数解の個数は 0 個

[1]～[3] から　$m<\frac{9}{8}$ のとき 2 個，

$m=\frac{9}{8}$ のとき 1 個，

$m>\frac{9}{8}$ のとき 0 個

**169** (1) この 2 次方程式の解の 1 つが $x=1$ であるとき　$3\cdot1^2-2m\cdot1-m^2=0$

整理すると　$m^2+2m-3=0$

これを解いて　$m=1,\ -3$

[1] $m=1$ のとき

方程式は　$3x^2-2x-1=0$

これを解いて　$x=1,\ -\dfrac{1}{3}$

よって，他の解は　$x=-\dfrac{1}{3}$

[2] $m=-3$ のとき

方程式は　$3x^2+6x-9=0$

これを解いて　$x=1,\ -3$

よって，他の解は　$x=-3$

[1]，[2]から

$m=1$　のとき他の解は　$x=-\dfrac{1}{3}$,

$m=-3$ のとき他の解は　$x=-3$

(2) この2次方程式の解の1つが $x=6$ であるとき

$$6^2-5m\cdot6+6m^2=0$$

整理すると　$m^2-5m+6=0$

これを解いて　$m=2,\ 3$

[1] $m=2$ のとき

方程式は　$x^2-10x+24=0$

これを解いて　$x=4,\ 6$

よって，他の解は　$x=4$

[2] $m=3$ のとき

方程式は　$x^2-15x+54=0$

これを解いて　$x=6,\ 9$

よって，他の解は　$x=9$

[1]，[2]から　$m=2$ のとき他の解は　$x=4$,

$m=3$ のとき他の解は　$x=9$

**170** 共通な解を $\alpha$ とすると

$$\alpha^2+2\alpha+m=0 \quad \cdots\cdots ①$$

$$\alpha^2+3\alpha+2m=0 \quad \cdots\cdots ②$$

① より　$m=-\alpha^2-2\alpha$　$\cdots\cdots$ ③

これを ② に代入して

$$\alpha^2+3\alpha+2(-\alpha^2-2\alpha)=0$$

すなわち　$\alpha^2+\alpha=0$

これを解くと　$\alpha=0,\ -1$

よって，③ より，$\alpha=0$ のとき　$m=0$,

$\alpha=-1$ のとき　$m=1$

したがって　$m=0$ のとき 共通な解は　0,

$m=1$ のとき 共通な解は　$-1$

**171** (1) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $x^2-5x+4=0$ の実数解である。

これを解くと　$x=1,\ 4$

よって，共有点の座標は　$(1,\ 0)$，$(4,\ 0)$

(2) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $2x^2+x-6=0$ の実数解である。

これを解くと　$x=-2,\ \dfrac{3}{2}$

よって，共有点の座標は　$(-2,\ 0)$，$\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$

(3) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $x^2+3x-2=0$ の実数解である。

これを解くと

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$$

よって，共有点の座標は

$$\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2},\ 0\right),\quad \left(\frac{-3-\sqrt{17}}{2},\ 0\right)$$

(4) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $-x^2+6x-9=0$ の実数解である。

両辺に $-1$ を掛けて　$x^2-6x+9=0$

これを解くと　$x=3$

よって，共有点の座標は　$(3,\ 0)$

(このグラフは $x$ 軸に接する。)

(5) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $-3x^2+x+1=0$ の実数解である。

両辺に $-1$ を掛けて　$3x^2-x-1=0$

これを解いて　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

よって，共有点の座標は

$$\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6},\ 0\right),\quad \left(\frac{1-\sqrt{13}}{6},\ 0\right)$$

(6) このグラフと $x$ 軸の共有点の $x$ 座標は，2次方程式 $3x^2+6x+3=0$ の実数解である。

両辺を3で割って　$x^2+2x+1=0$

これを解いて　$x=-1$

よって，共有点の座標は　$(-1,\ 0)$

(このグラフは $x$ 軸に接する。)

したがって，グラフが $x$ 軸に接するものは

(4)，(6)

**172** 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ に対して，2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式を $D=b^2-4ac$ とする。

(1) $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot1=5>0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　2個

(2) $D=1^2-4\cdot2\cdot2=-15<0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　0個

(3) $D=4^2-4\cdot(-4)\cdot(-1)=0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　1個

(4) $D=3^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)=-3<0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　0個

(5) $D=3^2-4\cdot1\cdot\dfrac{9}{4}=0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　1 個

(6)　$D=2^2-4\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)\cdot 6=12>0$

よって，グラフと $x$ 軸の共有点の個数は　2 個

**173**　2 次方程式 $x^2-2x+m-1=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(m-1)=4(2-m)$$

(1)　このグラフが $x$ 軸と異なる 2 点で交わるのは $D>0$ のときであるから　$2-m>0$

これを解いて　$m<2$

(2)　このグラフが $x$ 軸と共有点をもたないのは $D<0$ のときであるから　$2-m<0$

これを解いて　$m>2$

(3)　このグラフが $x$ 軸と共有点をもつのは $D\geqq 0$ のときであるから　$2-m\geqq 0$

これを解いて　$m\leqq 2$

**174**　(1)　2 次方程式 $x^2+x+m=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=1^2-4\cdot 1\cdot m=1-4m$

このグラフが $x$ 軸に接するのは $D=0$ のときであるから　$1-4m=0$

これを解いて　$m=\frac{1}{4}$

接点の $x$ 座標は，2 次方程式 $x^2+x+m=0$ の重解である。

$m=\frac{1}{4}$ のとき，方程式は　$x^2+x+\frac{1}{4}=0$

したがって，重解は　$x=-\frac{1}{2}$

よって，接点の座標は　$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

(2)　2 次方程式 $x^2-2mx+m=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot m=4(m^2-m)$$

このグラフが $x$ 軸に接するのは $D=0$ のときであるから　$m^2-m=0$

すなわち　$m(m-1)=0$

これを解いて　$m=0,\ 1$

接点の $x$ 座標は，2 次方程式 $x^2-2mx+m=0$ の重解である。

$m=0$ のとき，方程式は　$x^2=0$

したがって，重解は　$x=0$

$m=1$ のとき，方程式は　$x^2-2x+1=0$

したがって，重解は　$x=1$

よって，接点の座標は　$m=0$ のとき　$(0,\ 0)$，
$m=1$ のとき　$(1,\ 0)$

**175**　指針　放物線が $x$ 軸から切り取る線分の長さ
2 次方程式を解いて 2 つの解 $\alpha$，$\beta$ $(\alpha<\beta)$ を求め，$\beta-\alpha$ を計算する。

この放物線と $x$ 軸の交点の $x$ 座標は $x^2+6x+7=0$ の実数解である。

これを解いて　$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-1\cdot 7}}{1}=-3\pm\sqrt{2}$

よって，点 A，B の座標は

$$(-3+\sqrt{2},\ 0),\quad (-3-\sqrt{2},\ 0)$$

$-3-\sqrt{2}<-3+\sqrt{2}$ であるから，求める線分の長さは　$(-3+\sqrt{2})-(-3-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

**176**　$x$ 軸と 2 点 $(-2,\ 0)$，$(1,\ 0)$ で交わる放物線をグラフにもつ 2 次関数は　$y=a(x+2)(x-1)$ の形に表される。

このグラフが点 $(0,\ 4)$ を通るから

$$4=a(0+2)(0-1)$$

これを解いて　$a=-2$

よって，求める 2 次関数は

$$y=-2(x+2)(x-1)\ (y=-2x^2-2x+4)$$

**177**　2 次方程式 $x^2+5x-m+4=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=5^2-4\cdot 1\cdot(-m+4)=4m+9$

[1]　$D>0$ すなわち $m>-\frac{9}{4}$ のとき

共有点の個数は　2 個

[2]　$D=0$ すなわち $m=-\frac{9}{4}$ のとき

共有点の個数は　1 個

[3]　$D<0$ すなわち $m<-\frac{9}{4}$ のとき

共有点の個数は　0 個

以上から　$m>-\frac{9}{4}$ のとき　2 個，
$m=-\frac{9}{4}$ のとき　1 個，
$m<-\frac{9}{4}$ のとき　0 個

**178**　2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて，

頂点の $x$ 座標は　$-\frac{b}{2a}$

$y$ 軸との交点の $y$ 座標は　$c$

また，$x=1$ のとき　$y=a+b+c$

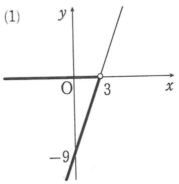
(1)　グラフが下に凸であるから　$a>0$　(正)

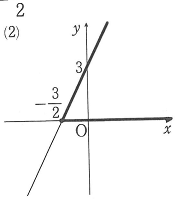
頂点の $x$ 座標は正であるから　$-\frac{b}{2a}>0$

これと $a>0$ より　$b<0$　(負)

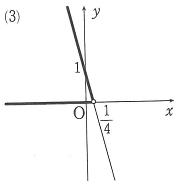
$y$ 軸の負の部分と交わるから　$c<0$　(負)
$x$ 軸と異なる 2 点で交わるから
$$b^2-4ac>0 \quad (\text{正})$$
$x=1$ のとき $y<0$ であるから
$$a+b+c<0 \quad (\text{負})$$
(2)　グラフが上に凸であるから　$a<0$　(負)
頂点の $x$ 座標は正であるから　$-\dfrac{b}{2a}>0$
これと $a<0$ より　$b>0$　(正)
$y$ 軸の負の部分と交わるから　$c<0$　(負)
$x$ 軸と共有点をもたないから　$b^2-4ac<0$　(負)
$x=1$ のとき $y<0$ であるから　$a+b+c<0$　(負)
(3)　グラフが下に凸であるから　$a>0$　(正)
頂点の $x$ 座標は負であるから　$-\dfrac{b}{2a}<0$
これと $a>0$ より　$b>0$　(正)
$y$ 軸の負の部分と交わるから　$c<0$　(負)
$x$ 軸と異なる 2 点で交わるから
$$b^2-4ac>0 \quad (\text{正})$$
$x=1$ のとき $y>0$ であるから　$a+b+c>0$　(正)

**179**　(1)　$3x-9<0$ の解は，$y=3x-9$ のグラフで $y<0$ となる $x$ の値の範囲である。
よって，[図] から　$x<3$
(2)　$2x+3 \geqq 0$ の解は，$y=2x+3$ のグラフで $y \geqq 0$ となる $x$ の値の範囲である。
よって，[図] から　$x \geqq -\dfrac{3}{2}$

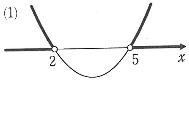


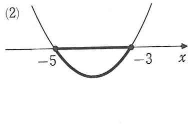




(3)　$-4x+1>0$ の解は，$y=-4x+1$ のグラフで $y>0$ となる $x$ の値の範囲である。
よって，[図] から
$$x<\frac{1}{4}$$

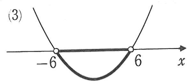


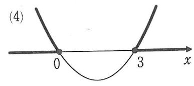

**180**　(1)　$(x-2)(x-5)>0$ の解は　$x<2,\ 5<x$
(2)　$(x+5)(x+3) \leqq 0$ の解は　$-5 \leqq x \leqq -3$



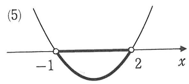



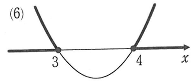

(3)　$(x+6)(x-6)<0$ の解は　$-6<x<6$
(4)　$(x-3)x \geqq 0$ の解は　$x \leqq 0,\ 3 \leqq x$



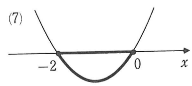



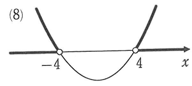

(5)　$x^2-x-2<0$ から　$(x+1)(x-2)<0$
この 2 次不等式の解は　$-1<x<2$
(6)　$x^2-7x+12 \geqq 0$ から　$(x-3)(x-4) \geqq 0$
この 2 次不等式の解は　$x \leqq 3,\ 4 \leqq x$



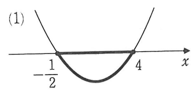



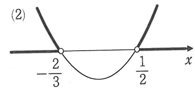

(7)　$x^2+2x \leqq 0$ から　$x(x+2) \leqq 0$
この 2 次不等式の解は　$-2 \leqq x \leqq 0$
(8)　$x^2>16$ から　$x^2-16>0$
すなわち　$(x+4)(x-4)>0$
この 2 次不等式の解は　$x<-4,\ 4<x$



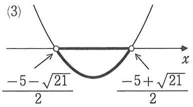



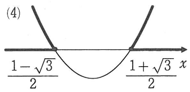

**181**　(1)　$2x^2-7x-4=0$ を解くと　$x=-\dfrac{1}{2},\ 4$
よって，この 2 次不等式の解は
$$-\frac{1}{2} \leqq x \leqq 4$$
(2)　$6x^2+x-2=0$ を解くと　$x=-\dfrac{2}{3},\ \dfrac{1}{2}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$x<-\frac{2}{3},\ \frac{1}{2}<x$$



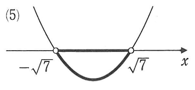

(3)　$x^2+5x+1=0$ を解くと　$x=\dfrac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$\frac{-5-\sqrt{21}}{2}<x<\frac{-5+\sqrt{21}}{2}$$
(4)　$2x^2-2x-1=0$ を解くと　$x=\dfrac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$x \leqq \frac{1-\sqrt{3}}{2},\ \frac{1+\sqrt{3}}{2} \leqq x$$

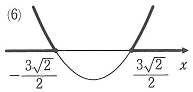



(5) $x^2-7=0$ を解くと　$x=\pm\sqrt{7}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$-\sqrt{7}<x<\sqrt{7}$$

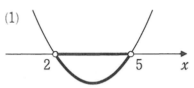
(6) $2x^2-9=0$ を解くと　$x=\pm\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$x\leqq-\frac{3\sqrt{2}}{2},\ \frac{3\sqrt{2}}{2}\leqq x$$

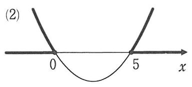



**182** (1) 両辺に $-1$ を掛けると
$$x^2-7x+10<0$$
$x^2-7x+10=0$ を解くと　$x=2,\ 5$
よって，この 2 次不等式の解は
$$2<x<5$$

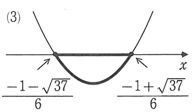
(2) 両辺に $-1$ を掛けると　$x^2-5x\geqq0$
$x^2-5x=0$ を解くと　$x=0,\ 5$
よって，この 2 次不等式の解は
$$x\leqq0,\ 5\leqq x$$

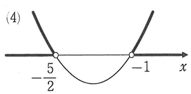


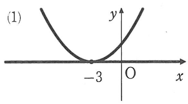

(3) 両辺に $-1$ を掛けると　$3x^2+x-3\leqq0$
$3x^2+x-3=0$ を解くと　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{37}}{6}$
よって，この 2 次不等式の解は
$$\frac{-1-\sqrt{37}}{6}\leqq x\leqq\frac{-1+\sqrt{37}}{6}$$

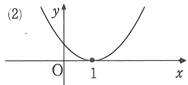
(4) 両辺に $-1$ を掛けると　$2x^2+7x+5>0$
$2x^2+7x+5=0$ を解くと　$x=-\dfrac{5}{2},\ -1$
よって，この 2 次不等式の解は
$$x<-\frac{5}{2},\ -1<x$$



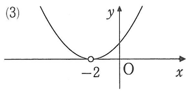



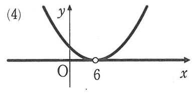

**183** (1) $(x+3)^2\geqq0$ の解は　すべての実数
(2) $(x-1)^2\leqq0$ の解は　$x=1$



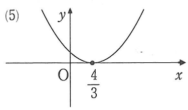

(3) $x^2+4x+4<0$ から　$(x+2)^2<0$
よって，解は　ない
(4) $x^2-12x+36>0$ から　$(x-6)^2>0$
よって，解は　6 以外のすべての実数

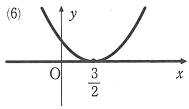


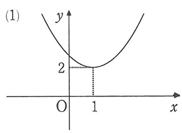

(5) $9x^2-24x+16\leqq0$ から　$(3x-4)^2\leqq0$
よって，解は　$x=\dfrac{4}{3}$

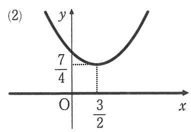
(6) $x^2-3x+\dfrac{9}{4}\geqq0$ から　$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2\geqq0$
よって，解は　すべての実数



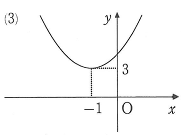



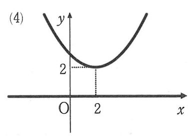

**184** (1) $x^2-2x+3<0$ から　$(x-1)^2+2<0$
この 2 次不等式の解は　ない
(2) $x^2-3x+4>0$ から　$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}>0$
この 2 次不等式の解は　すべての実数




(3) $2x^2+4x+5\leqq0$ から　$2(x+1)^2+3\leqq0$
この 2 次不等式の解は　ない
(4) $3x^2-12x+14\geqq0$ から　$3(x-2)^2+2\geqq0$
この 2 次不等式の解は　すべての実数



**185** (1) 2次方程式 $x^2+x+2=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=1^2-4\cdot1\cdot2=-7<0$

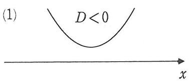
$x^2$ の係数が正であるから，この2次不等式の解は　ない

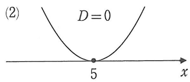
(2) 両辺に $-1$ を掛けると　$x^2-10x+25\leqq0$

2次方程式 $x^2-10x+25=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-10)^2-4\cdot1\cdot25=0$

$x^2-10x+25=0$ を解くと　$x=5$

よって，求める2次不等式の解は　$x=5$



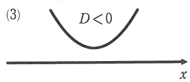

(3) 2次方程式 $2x^2+3\sqrt{2}x+3=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(3\sqrt{2})^2-4\cdot2\cdot3=-6<0$

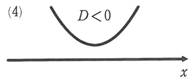
$x^2$ の係数が正であるから，この2次不等式の解は　すべての実数

(4) 式を整理すると　$2x^2-4x+7\geqq0$

2次方程式 $2x^2-4x+7=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-4)^2-4\cdot2\cdot7=-40<0$

$x^2$ の係数が正であるから，この2次不等式の解は　すべての実数




(5) 式を整理すると　$2x^2+7x+3<0$

2次方程式 $2x^2+7x+3=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=7^2-4\cdot2\cdot3=25>0$

$2x^2+7x+3=0$ を解くと

$$x=-3,\ -\frac{1}{2}$$

よって，求める2次不等式の解は

$$-3<x<-\frac{1}{2}$$

(6) 式を整理すると　$x^2+x-1>0$

2次方程式 $x^2+x-1=0$ の判別式を $D$ とすると

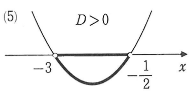
$$D=1^2-4\cdot1\cdot(-1)=5>0$$

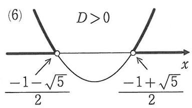
$x^2+x-1=0$ を解くと

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

よって，求める2次不等式の解は

$$x<\frac{-1-\sqrt{5}}{2},\ \frac{-1+\sqrt{5}}{2}<x$$



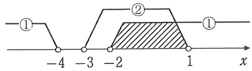

**186** (1) $x^2+6x+8>0$ から　$(x+2)(x+4)>0$

よって　$x<-4,\ -2<x$　……①

$x^2+2x-3<0$ から　$(x-1)(x+3)<0$

よって　$-3<x<1$　……②

①と②の共通範囲を求めて　$-2<x<1$




(2) $x^2-x-12\leqq0$ から　$(x+3)(x-4)\leqq0$

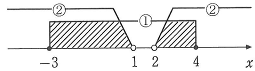
よって　$-3\leqq x\leqq4$　……①

$x^2-3x+2>0$ から　$(x-1)(x-2)>0$

よって　$x<1,\ 2<x$　……②

①と②の共通範囲を求めて

$$-3\leqq x<1,\ 2<x\leqq4$$




(3) $\begin{cases} x^2+2x-2\geqq0 & \cdots\cdots① \\ x^2+2x-8<0 & \cdots\cdots② \end{cases}$

$x^2+2x-2=0$ を解くと　$x=-1\pm\sqrt{3}$

よって，①の解は

$$x\leqq-1-\sqrt{3},\ -1+\sqrt{3}\leqq x\quad\cdots\cdots③$$

②から　$(x-2)(x+4)<0$

よって　$-4<x<2$　……④

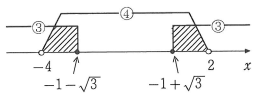
ここで，$\sqrt{3}=1.73\cdots\cdots$ より

$-1-\sqrt{3}=-2.73\cdots\cdots$,

$-1+\sqrt{3}=0.73\cdots\cdots$

③と④の共通範囲を求めて

$$-4<x\leqq-1-\sqrt{3},\ -1+\sqrt{3}\leqq x<2$$




**187** (1) 式を整理すると　$6x^2+7x+2>0$

すなわち　$(2x+1)(3x+2)>0$

よって　$x<-\frac{2}{3},\ -\frac{1}{2}<x$

(2) 式を整理すると　$x^2-2\sqrt{5}x+5<0$

2次方程式 $x^2-2\sqrt{5}x+5=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-2\sqrt{5})^2-4\cdot1\cdot5=0$

よって，この2次不等式の解は　ない

(3) 左辺を展開すると　$\frac{x^2}{4}-x+1>\frac{2x-5}{4}$

両辺に4を掛けて，式を整理すると

$$x^2-6x+9>0$$

すなわち　$(x-3)^2>0$

この2次不等式の解は　3以外のすべての実数

(4) 両辺に6を掛けて，式を整理すると

$$x^2-8x+4\leqq 0$$

$x^2-8x+4=0$ を解くと　$x=4\pm 2\sqrt{3}$

よって，この2次不等式の解は

$$4-2\sqrt{3}\leqq x\leqq 4+2\sqrt{3}$$

**188** $\boxed{\text{指針}}$ 2次不等式を満たす整数 $x$

与えられた2次不等式を解き，解の範囲に含まれている整数を考える。

(1) $2x^2+3x-9\leqq 0$ から　$(x+3)(2x-3)\leqq 0$

よって，この2次不等式の解は　$-3\leqq x\leqq \dfrac{3}{2}$

したがって，求める整数 $x$ の値は

$$x=-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$$

(2) $x^2-2x-4=0$ を解くと　$x=1\pm\sqrt{5}$

よって，この2次不等式の解は

$$1-\sqrt{5}<x<1+\sqrt{5}$$

ここで，$\sqrt{5}=2.23\cdots\cdots$ より

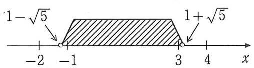
$$1-\sqrt{5}=-1.23\cdots\cdots,$$
$$1+\sqrt{5}=3.23\cdots\cdots,$$

ゆえに　$-2<1-\sqrt{5}<-1,$

$$3<1+\sqrt{5}<4$$

したがって，求める整数 $x$ の値は

$$x=-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$$




**189** (1) $3<x^2+2x\leqq 8$ から

$$\begin{cases}3<x^2+2x & \cdots\cdots ①\\ x^2+2x\leqq 8 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

① から　$x^2+2x-3>0$

すなわち　$(x-1)(x+3)>0$

これを解くと　$x<-3,\ 1<x$　……③

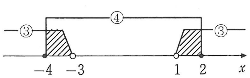
② から　$x^2+2x-8\leqq 0$

すなわち　$(x-2)(x+4)\leqq 0$

これを解くと　$-4\leqq x\leqq 2$　……④

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-4\leqq x<-3,\ 1<x\leqq 2$$




(2) $2x+3\leqq x^2<5$ から

$$\begin{cases}2x+3\leqq x^2 & \cdots\cdots ①\\ x^2<5 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

① から　$x^2-2x-3\geqq 0$

すなわち　$(x+1)(x-3)\geqq 0$

これを解くと　$x\leqq -1,\ 3\leqq x$　……③

② から　$x^2-5<0$

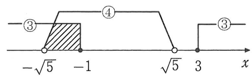
$x^2-5=0$ を解くと　$x=\pm\sqrt{5}$

よって，② の解は

$$-\sqrt{5}<x<\sqrt{5}\quad\cdots\cdots ④$$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$-\sqrt{5}<x\leqq -1$$




**190** この2次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=(-2m)^2-4\cdot 3\cdot 1=4(m^2-3)$$

(1) 2次方程式が実数解をもつのは $D\geqq 0$ のときであるから　$m^2-3\geqq 0$

$m^2-3=0$ を解くと　$m=\pm\sqrt{3}$

よって，求める $m$ の値の範囲は

$$m\leqq -\sqrt{3},\ \sqrt{3}\leqq m$$

(2) 2次方程式が実数解をもたないのは $D<0$ のときであるから　$m^2-3<0$

よって，求める $m$ の値の範囲は

$$-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$$

**191** $\boxed{\text{指針}}$ 2次関数のグラフと $x$ 軸の共有点の個数

2次方程式の判別式の符号を考える。

2次方程式 $x^2-mx+m+3=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=(-m)^2-4\cdot 1\cdot(m+3)$

$$=m^2-4m-12$$
$$=(m+2)(m-6)$$

[1] $D>0$ すなわち $m<-2,\ 6<m$ のとき

共有点の個数は　2個

[2] $D=0$ すなわち $m=-2,\ 6$ のとき

共有点の個数は　1個

[3] $D<0$ すなわち $-2<m<6$ のとき

共有点の個数は　0個

[1]〜[3] から

$m<-2,\ 6<m$ のとき　2個，

$m=-2,\ 6$ のとき　1個，

$-2<m<6$ のとき　0個

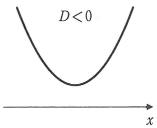
**192** 2次方程式 $x^2-2mx+m+6=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(m+6)$$
$$=4(m^2-m-6)$$

2 次不等式の $x^2$ の係数が正であるから，その解がすべての実数であるのは $D<0$ のときである。
$m^2-m-6<0$ から　　$(m+2)(m-3)<0$
これを解いて　　$-2<m<3$

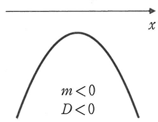
**193** 指針　(ある区間で) 常に等符号となる条件
2 次関数のグラフと $x$ 軸との位置関係で考える。

(1)　2 次方程式 $x^2+mx+2=0$ の判別式を $D$ とすると
$D=m^2-4\cdot1\cdot2$
$=m^2-8$

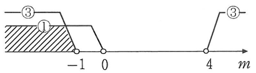



$x^2$ の係数が正であるから，
$y$ の値が常に正となるのは，
$D<0$ のときである。
$D<0$ から　　$m^2-8<0$
$m^2-8=0$ を解いて　　$m=\pm2\sqrt{2}$
よって，求める $m$ の値の範囲は
$-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$

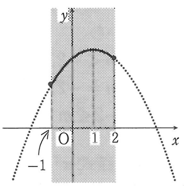
(2)　2 次方程式
$mx^2+4x+m-3=0$ の判別式を $D$ とすると
$D=4^2-4\cdot m\cdot(m-3)$
$=-4(m^2-3m-4)$




$y$ の値が常に負であるための条件は　$m<0$　……①，$D<0$　……②
の 2 つが同時に成り立つことである。
② から　　$-4(m^2-3m-4)<0$
よって　　$m^2-3m-4>0$
すなわち　　$(m+1)(m-4)>0$
これを解くと　$m<-1$，$4<m$　……③
① と ③ の共通範囲を求めて　　$m<-1$

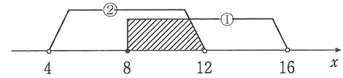



(3)　$y=-x^2+2x-m(2-m)$ を変形すると
$y=-(x-1)^2+m^2-2m+1$　……①
$-1\leqq x\leqq2$ の範囲で $y$ の値が常に正であるための条件は，2 次関数 ① の $-1\leqq x\leqq2$ における最小値が正となることである。
① は $x=-1$ で最小値をとり，その最小値は

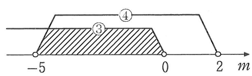



$y=-(-1)^2+2\cdot(-1)-m(2-m)$
$=m^2-2m-3$
よって　　$m^2-2m-3>0$
すなわち　　$(m+1)(m-3)>0$
これを解いて　　$m<-1$，$3<m$

**194**　縦の長さを $x$ cm とすると，横の長さは $(16-x)$ cm である。
$x<16$ かつ $x\geqq16-x$ から　$8\leqq x<16$　……①
長方形の面積が 48 $\mathrm{cm}^2$ より大きいから
$x(16-x)>48$
式を整理すると　　$x^2-16x+48<0$
すなわち　　$(x-4)(x-12)<0$
これを解くと　　$4<x<12$　……②
①，② の共通範囲を求めて　　$8\leqq x<12$
したがって，縦の長さを 8 cm 以上 12 cm 未満の範囲にとればよい。




**195**　$y=x^2-4mx+5m^2+3m-10$ を変形すると
$y=(x-2m)^2+m^2+3m-10$
よって，放物線の頂点の座標は
$(2m,\ m^2+3m-10)$
したがって　$\begin{cases}2m<0 & \cdots\cdots① \\ m^2+3m-10<0 & \cdots\cdots②\end{cases}$
① から　　$m<0$　……③
② から　　$(m-2)(m+5)<0$
これを解くと　　$-5<m<2$　……④
③ と ④ の共通範囲を求めて　　$-5<m<0$

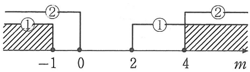



**196**　(1)　2 つの 2 次方程式 $x^2+2mx+m+2=0$，$x^2+mx+m=0$ の判別式をそれぞれ $D_1$，$D_2$ とすると
$D_1=(2m)^2-4\cdot1\cdot(m+2)=4(m^2-m-2)$
$D_2=m^2-4\cdot1\cdot m=m^2-4m$
2 つのグラフがともに $x$ 軸と共有点をもつのは
$D_1\geqq0$ かつ $D_2\geqq0$
のときである。
$D_1\geqq0$ から　　$4(m^2-m-2)\geqq0$
すなわち　　$(m+1)(m-2)\geqq0$
これを解くと　　$m\leqq-1$，$2\leqq m$　……①
$D_2\geqq0$ から　　$m^2-4m\geqq0$

すなわち　　$m(m-4) \geqq 0$

これを解くと　$m \leqq 0,\ 4 \leqq m$　　……②

①と②の共通範囲を求めて　$m \leqq -1,\ 4 \leqq m$




(2)　2つの2次方程式 $x^2+mx-2m=0$, $x^2-2mx+m+6=0$ の判別式をそれぞれ $D_1$, $D_2$ とすると

$$D_1=m^2-4\cdot1\cdot(-2m)=m^2+8m$$

$$D_2=(-2m)^2-4\cdot1\cdot(m+6)=4(m^2-m-6)$$

2つのグラフがともに実数解をもたないのは

$D_1<0$ かつ $D_2<0$

のときである。

$D_1<0$ から　　$m^2+8m<0$

すなわち　　$m(m+8)<0$

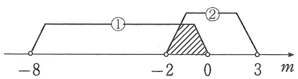
これを解くと　　$-8<m<0$　……①

$D_2<0$ から　　$4(m^2-m-6)<0$

すなわち　　$(m+2)(m-3)<0$

これを解くと　　$-2<m<3$　　……②

①と②の共通範囲を求めて　　$-2<m<0$




**197**　(1)　$y$ を消去すると　　$x^2=-x+6$

すなわち　　$x^2+x-6=0$

これを解いて　　$x=2,\ -3$

$y=-x+6$ に代入すると

$x=2$ のとき　$y=4$,

$x=-3$ のとき　$y=9$

よって，共有点の座標は　　$(2,\ 4)$, $(-3,\ 9)$

(2)　$y$ を消去すると　　$-x^2+x+8=3x+9$

すなわち　　$x^2+2x+1=0$

これを解いて　　$x=-1$

$y=3x+9$ に代入すると　　$y=6$

よって，共有点の座標は　　$(-1,\ 6)$

(3)　$y$ を消去すると　　$x^2+2=2x-6$

すなわち　　$x^2-2x+8=0$

この2次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot8=-28<0$$

したがって，共有点はない。

**198**　放物線 $y=x^2$ と直線 $y=-2x+m$ が接するとき，接点の $x$ 座標は，2次方程式

$$x^2=-2x+m$$

の重解である。

式を整理すると

$x^2+2x-m=0$　……①

この2次方程式の判別式を $D$ とすると

$$D=2^2-4\cdot1\cdot(-m)$$
$$=4m+4$$

2次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　　$4m+4=0$

これを解いて　　$m=-1$

$m=-1$ のとき，方程式は

$x^2+2x+1=0$

したがって，重解は　　$x=-1$

$y=x^2$ に代入すると　　$y=1$

よって，接点の座標は　　$(-1,\ 1)$

**199**　2つの2次方程式 $x^2+2ax+a+2=0$, $x^2-4x+a+3=0$ の判別式をそれぞれ $D_1$, $D_2$ とすると

$$D_1=(2a)^2-4\cdot1\cdot(a+2)=4(a^2-a-2)$$

$$D_2=(-4)^2-4\cdot1\cdot(a+3)=-4(a-1)$$

2つの2次方程式の少なくとも一方が実数解をもつのは

$D_1 \geqq 0$ または $D_2 \geqq 0$

のときである。

$D_1 \geqq 0$ から　　$a^2-a-2 \geqq 0$

すなわち　　$(a+1)(a-2) \geqq 0$

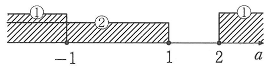
これを解くと　　$a \leqq -1,\ 2 \leqq a$　……①

$D_2 \geqq 0$ から　　$a-1 \leqq 0$

これを解くと　　$a \leqq 1$　……②

①と②の範囲を合わせて

$a \leqq 1,\ 2 \leqq a$




**200**　$f(x)=x^2+2mx+2m+3$ とし，2次方程式 $f(x)=0$ の判別式を $D$ とする。

(1)　$y=f(x)$ のグラフが $x$ 軸の正の部分と，異なる2点で交わるのは

$D=(2m)^2-4\cdot1\cdot(2m+3)>0$　……①

軸について　$-m>0$

すなわち　$m<0$　　……②

$f(0)=2m+3>0$　　……③

の3つが同時に成り立つときである。

①から

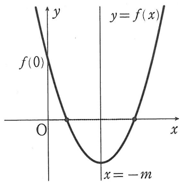
$4(m^2-2m-3)>0$

これを解いて

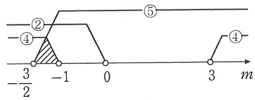
$m<-1,\ 3<m$ ……④

③から

$m>-\dfrac{3}{2}$ ……⑤




②，④，⑤の共通範囲を求めて　$-\dfrac{3}{2}<m<-1$




(2)　$y=f(x)$ のグラフが $x$ 軸の負の部分と，異なる2点で交わるのは

$D=(2m)^2-4\cdot1\cdot(2m+3)>0$ ……①

軸について　$-m<0$

すなわち　$m>0$ ……②

$f(0)=2m+3>0$ ……③

の3つが同時に成り立つときである。

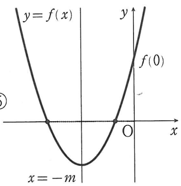
①から　$4(m^2-2m-3)>0$

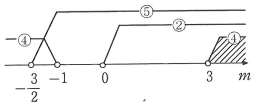
これを解いて

$m<-1,\ 3<m$ ……④

③から　$m>-\dfrac{3}{2}$ ……⑤

②，④，⑤の共通範囲を求めて　$m>3$




**201**　2次不等式 $-2x^2+ax+b<0$ の解が $x<-3$，$2<x$ であるから，2次関数 $y=-2x^2+ax+b$ のグラフは，$x<-3$，$2<x$ の範囲で $x$ 軸より下側にある。

すなわち，グラフは上に凸の放物線で2点 $(-3,\ 0)$，$(2,\ 0)$ を通る。

よって，$f(x)=-2x^2+ax+b$ とおくと

$a<0,\ f(-3)=0,\ f(2)=0$

$f(-3)=0,\ f(2)=0$ から

$-18-3a+b=0$

$-8+2a+b=0$

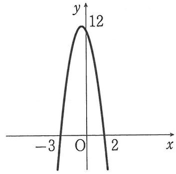
これを解いて

$a=-2,\ b=12$

これは $a<0$ を満たす。

よって，求める値は

$a=-2,\ b=12$




**202**　(1)　[1]　$x+1\geqq0$ すなわち $x\geqq-1$ のとき

$y=x+1$

[2]　$x+1<0$ すなわち $x<-1$ のとき

$y=-(x+1)$ より　$y=-x-1$

よって，グラフは[図]の実線部分である。

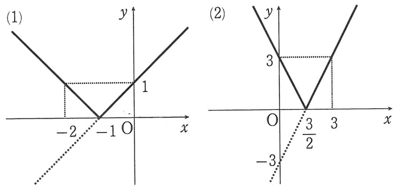
(2)　[1]　$2x-3\geqq0$ すなわち $x\geqq\dfrac{3}{2}$ のとき

$y=2x-3$

[2]　$2x-3<0$ すなわち $x<\dfrac{3}{2}$ のとき

$y=-(2x-3)$ から　$y=-2x+3$

よって，グラフは[図]の実線部分である。




(3)　[1]　$x<0$ のとき　$y=-x-(x-1)$

すなわち　$y=-2x+1$

[2]　$0\leqq x<1$ のとき　$y=x-(x-1)$

すなわち　$y=1$

[3]　$1\leqq x$ のとき　$y=x+(x-1)$

すなわち　$y=2x-1$

よって，グラフは[図]の実線部分である。

(4)　[1]　$x<-1$ のとき　$y=-(x+1)-\{-(x-2)\}$

すなわち　$y=-3$

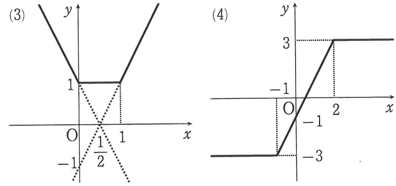
[2]　$-1\leqq x<2$ のとき　$y=(x+1)-\{-(x-2)\}$

すなわち　$y=2x-1$

[3]　$2\leqq x$ のとき　$y=(x+1)-(x-2)$

すなわち　$y=3$

よって，グラフは[図]の実線部分である。



**203** (1)　$y=|x^2-4x|=|x(x-4)|$

[1]　$x(x-4)\geqq 0$ すなわち $x\leqq 0$，$4\leqq x$ のとき

$y=x^2-4x=(x-2)^2-4$

[2]　$x(x-4)<0$ すなわち $0<x<4$ のとき

$y=-(x^2-4x)=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$

よって，グラフは[図]の実線部分である。

(2)　$y=|x^2+3x-4|=|(x-1)(x+4)|$

[1]　$(x-1)(x+4)\geqq 0$ すなわち

$x\leqq -4$，$1\leqq x$ のとき

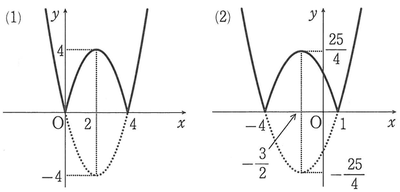
$$y=x^2+3x-4=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

[2]　$(x-1)(x+4)<0$ すなわち

$-4<x<1$ のとき

$$y=-(x^2+3x-4)=-x^2-3x+4$$
$$=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

よって，グラフは[図]の実線部分である。




(3)　[1]　$x\geqq 0$ のとき

$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$

[2]　$x<0$ のとき

$y=x^2-2\cdot(-x)=x^2+2x=(x+1)^2-1$

よって，グラフは[図]の実線部分である。

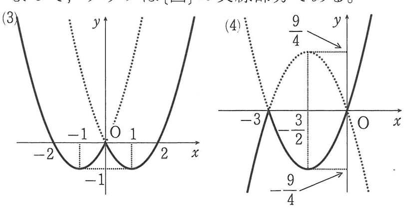
(4)　[1]　$x+3\geqq 0$ すなわち $x\geqq -3$ のとき

$$y=x(x+3)=x^2+3x=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$$

[2]　$x+3<0$ すなわち $x<-3$ のとき

$$y=x\cdot\{-(x+3)\}=-x^2-3x$$
$$=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

よって，グラフは[図]の実線部分である。




**204** (1)　不等式 $|x+4|<3x$ の解は，関数 $y=|x+4|$ のグラフが直線 $y=3x$ より下側にある $x$ の値の範囲である。

方程式 $|x+4|=3x$ …… ① の解を求める。

[1]　$x+4\geqq 0$ すなわち $x\geqq -4$ のとき

①は　　$x+4=3x$

これを解いて　　$x=2$

これは，$x\geqq -4$ を満たす。

[2]　$x+4<0$ すなわち $x<-4$ のとき

①は　　$-(x+4)=3x$

これを解いて　$x=-1$

これは，$x<-4$ を満たさない。

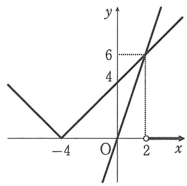
[1]，[2]から，① の解は

$x=2$

図から，不等式

$|x+4|<3x$

の解は　$x>2$




(2)　不等式 $|x^2-4|>-3x$ の解は，関数 $y=|x^2-4|$ のグラフが直線 $y=-3x$ より上側にある $x$ の値の範囲である。

方程式 $|x^2-4|=-3x$ …… ① の解を求める。

[1]　$x^2-4\geqq 0$ すなわち $x\leqq -2$，$2\leqq x$ のとき

①は　　　$x^2-4=-3x$

よって　　　$x^2+3x-4=0$

すなわち　　$(x-1)(x+4)=0$

これを解いて　　$x=1$，$-4$

$x\leqq -2$，$2\leqq x$ を満たすのは　　$x=-4$

[2]　$x^2-4<0$ すなわち $-2<x<2$ のとき

①は　　　$-(x^2-4)=-3x$

よって　　　$x^2-3x-4=0$

すなわち　　$(x+1)(x-4)=0$

これを解いて　　$x=-1$，$4$

$-2<x<2$ を満たすのは　　$x=-1$

[1]，[2]から，① の解は

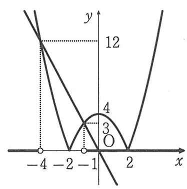
$x=-4$，$-1$

図から，不等式

$|x^2-4|>-3x$

の解は

$x<-4$，$-1<x$




**205** (1)　$\sin\theta=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，

$\cos\theta=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，

$\tan\theta=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$