

したがって、求める放物線の方程式は、
それぞれ

$$\begin{aligned}y &= -2(x-2)^2-3 \quad (y=-2x^2+8x-11), \\y &= 2(x+2)^2+3 \quad (y=2x^2+8x+11), \\y &= -2(x+2)^2-3 \quad (y=-2x^2-8x-11)\end{aligned}$$

別解 x 軸、 y 軸、原点に関して対称な放物線は、
それぞれ

$$\begin{aligned}y &= -(2x^2-8x+11) \\ \text{すなわち } y &= -2x^2+8x-11, \\y &= 2(-x)^2-8(-x)+11 \\ \text{すなわち } y &= 2x^2+8x+11, \\y &= -[2(-x)^2-8(-x)+11] \\ \text{すなわち } y &= -2x^2-8x-11\end{aligned}$$

136 $a < 0$ であるから、この
関数のグラフは右下がりの

直線の一部である。

よって

$$x=-1 \text{ のとき } y=1$$

$$x=1 \text{ のとき } y=-3$$

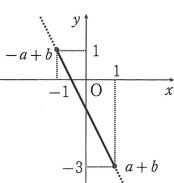
$$\text{ゆえに } -a+b=1,$$

$$a+b=-3$$

$$\text{これを解いて } a=-2, b=-1$$

これは $a < 0$ を満たす。

$$\text{したがって } a=-2, b=-1$$



137 [1] $a > 0$ のとき

この関数のグラフは、
右上がりの直線の一部
である。

よって

$$x=-1 \text{ のとき }$$

$$y=-7$$

$$x=2 \text{ のとき }$$

$$y=8$$

$$\text{ゆえに } -a+b=-7, 2a+b=8$$

$$\text{これを解いて } a=5, b=-2$$

これは $a > 0$ を満たす。

[2] $a=0$ のとき

この関数は $y=b$ となり、値域が $-7 \leq y \leq 8$
とはならない。

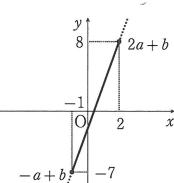
[3] $a < 0$ のとき

この関数のグラフ
は、右下がりの直
線の一部である。

よって

$$x=-1 \text{ のとき }$$

$$y=8$$



$x=2$ のとき

$$y=-7$$

$$\text{ゆえに } -a+b=8, 2a+b=-7$$

$$\text{これを解いて } a=-5, b=3$$

これは $a < 0$ を満たす。

[1] ~ [3] から

$$a=5, b=-2$$

$$\text{または } a=-5, b=3$$

138 (1) $x=1$ で最小値 5 をとる。

最大値はない。

(2) $x=0$ で最大値 2 をとる。

最小値はない。

(3) 関数の式を変形すると $y=(x-2)^2-8$

よって、 $x=2$ で最小値 -8 をとる。

最大値はない。

(4) 関数の式を変形すると $y=-2(x+1)^2-1$

よって、 $x=-1$ で最大値 -1 をとる。

最小値はない。

(5) 関数の式を変形すると $y=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

よって、 $x=-\frac{5}{2}$ で最小値 $-\frac{9}{4}$ をとる。

最大値はない。

(6) 関数の式を変形すると $y=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$

よって、 $x=\frac{3}{4}$ で最大値 $\frac{1}{8}$ をとる。

最小値はない。

139 (1) 関数 $y=x^2$ ($-3 \leq x \leq 1$) のグラフは [図]
の実線部分である。

よって、値域は $0 \leq y \leq 9$

また、 y は $x=-3$ で最大値 9 をとり、

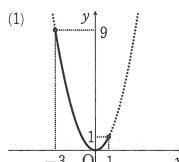
$x=0$ で最小値 0 をとる。

(2) 関数 $y=-x^2$ ($-2 \leq x \leq 0$) のグラフは [図]
の実線部分である。

よって、値域は $-4 \leq y \leq 0$

また、 y は $x=0$ で最大値 0 をとり、

$x=-2$ で最小値 -4 をとる。



- (3) 関数 $y=3x^2$ ($2 \leq x \leq 3$) のグラフは [図] の実線部分である。

よって、値域は $12 \leq y \leq 27$

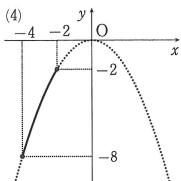
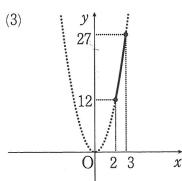
また、 y は $x=3$ で最大値 27 をとり、
 $x=2$ で最小値 12 をとる。

- (4) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ ($-4 \leq x \leq -2$) のグラフは

[図] の実線部分である。

よって、値域は $-8 \leq y \leq -2$

また、 y は $x=-2$ で最大値 -2 をとり、
 $x=-4$ で最小値 -8 をとる。



- 140 $y=-x^2-2x+1$ を変形すると

$$y=-(x+1)^2+2$$

- (1) $0 \leq x \leq 2$ でのグラフは、

[図] の実線部分である。

よって、 y は

$x=0$ で最大値 1

をとり、

$x=2$ で最小値 -7

をとる。

- (2) $-2 \leq x \leq 1$ でのグラフは、

[図] の実線部分である。

よって、 y は

$x=-1$ で最大値 2

をとり、

$x=1$ で最小値 -2

をとる。

- (3) $-4 \leq x \leq -3$ でのグラフ

は、[図] の実線部分である。

よって、 y は

$x=-3$ で最大値 -2

をとり、

$x=-4$ で最小値 -7

をとる。

- (4) $-2 \leq x \leq 0$ でのグラフは、

[図] の実線部分である。

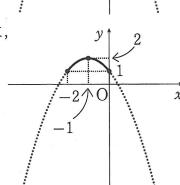
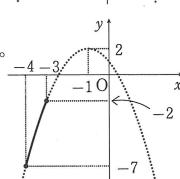
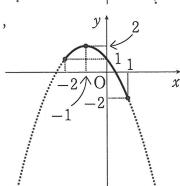
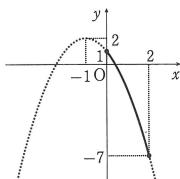
よって、 y は

$x=-1$ で最大値 2

をとり、

$x=-2, 0$ で最小値 1

をとる。



- 141 (1) $y=x^2-2x-3$ を

変形すると

$$y=(x-1)^2-4$$

$-2 \leq x \leq 5$ でのグラフは、
[図] の実線部分である。

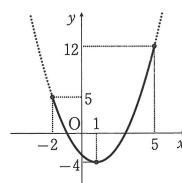
よって、 y は

$x=5$ で最大値 12

をとり、

$x=1$ で最小値 -4

をとる。



- (2) $y=-2x^2-4x+1$ を変形す

ると

$$y=-2(x+1)^2+3$$

$-2 \leq x \leq 1$ でのグラフは、
[図] の実線部分である。

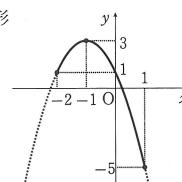
よって、 y は

$x=-1$ で最大値 3

をとり、

$x=1$ で最小値 -5

をとる。



- (3) $y=2x^2+6x+3$ を変形す
ると

$$y=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$$

$-3 \leq x \leq 0$ でのグラフは、
[図] の実線部分である。

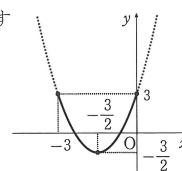
よって、 y は

$x=-3, 0$ で最大値 3

をとり、

$$x=-\frac{3}{2}$$
 で最小値 $-\frac{3}{2}$

をとる。



- (4) $y=-3x^2+3x+1$ を変形す
ると

$$y=-3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

$1 \leq x \leq 2$ でのグラフは、
[図] の実線部分である。

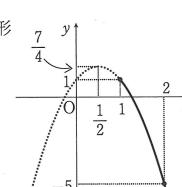
よって、 y は

$x=1$ で最大値 1

をとり、

$x=2$ で最小値 -5

をとる。



- 142 (1) $y = x^2 - 4x + 5$ を変形すると

$$y = (x-2)^2 + 1$$

$1 < x < 3$ でのグラフは、[図]の実線部分である。

よって、 y は

$$x=2$$
 で最小値 1

をとる。

最大値はない。

- (2) $y = -x^2 - x + 2$ を変形す

$$\text{ると } y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$0 \leq x < 1$ でのグラフは、[図]の実線部分である。

よって、 y は

$$x=0$$
 で最大値 2

をとる。

最小値はない。

- (3) $y = 3x^2 - 4x + 1$ を変形

$$\text{すると } y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$$

$0 < x \leq 2$ でのグラフは、[図]の実線部分である。

よって、 y は

$$x=2$$
 で最大値 5

をとり、

$$x = \frac{2}{3}$$
 で最小値 $-\frac{1}{3}$

をとる。

- (4) $y = -2x^2 + 6x - 1$ を変形する

$$y = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

ここで

$$\sqrt{2} = 1.414 \dots$$

$$< 1.5 = \frac{3}{2}$$

よって、 $x \geq \sqrt{2}$ でのグラフは、[図]の実線部分である。

したがって、 y は

$$x = \frac{3}{2}$$
 で最大値 $\frac{7}{2}$

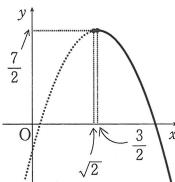
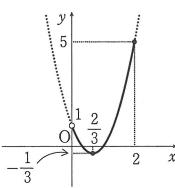
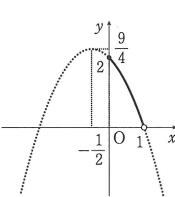
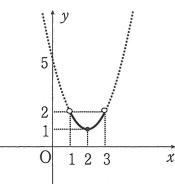
をとる。最小値はない。

- 143 (1) $y = -x^2 + 2mx - 5m$ を変形する

$$y = -(x-m)^2 + m^2 - 5m$$

よって、 y は $x=m$ で最大値 $m^2 - 5m$ をとる。

したがって $k = m^2 - 5m$



- (2) $m^2 - 5m = 14$ から $m^2 - 5m - 14 = 0$

左辺を因数分解すると $(m+2)(m-7)=0$

よって $m+2=0$ または $m-7=0$

したがって $m=-2, 7$

- (3) $k = m^2 - 5m$ を変形すると

$$k = \left(m - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

よって、 k は

$$m = \frac{5}{2} \text{ で最小値 } -\frac{25}{4}$$

をとる。

- 144 (1) $y = 2x^2 + 4x + c$ を変形すると

$$y = 2(x+1)^2 + c - 2$$

$-2 \leq x \leq 1$ であるから、 $x=1$ で最大値をとる。

$$x=1 \text{ のとき } y = 2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + c = c + 6$$

$$c+6=7 \text{ より } c=1$$

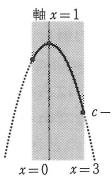
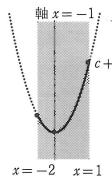
- (2) $y = -x^2 + 2x + c$ を変形すると

$$y = -(x-1)^2 + c+1$$

$0 \leq x \leq 3$ であるから、 $x=3$ で最小値をとる。

$$x=3 \text{ のとき } y = -3^2 + 2 \cdot 3 + c = c - 3$$

$$c-3=-5 \text{ より } c=-2$$



- 145 $y = ax^2 - 4ax + b$ を変形すると

$$y = a(x-2)^2 - 4a + b$$

$a > 0$ のとき、この関数のグラフは右の図の実線部分である。

この関数は、

$$x=5 \text{ で}$$

$$\text{最大値 } 5a+b$$

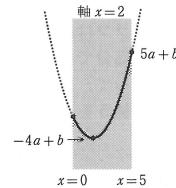
$$x=2 \text{ で}$$

$$\text{最小値 } -4a+b$$

をとる。

$$\text{よって } 5a+b=15, -4a+b=-3$$

これを解いて $a=2, b=5$

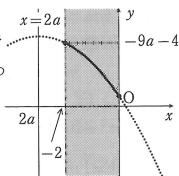


- 146 $y = -x^2 + 4ax - a$ を変形すると

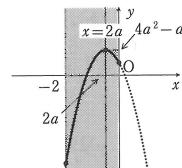
$$y = -(x-2a)^2 + 4a^2 - a$$

よって、放物線の軸は 直線 $x=2a$

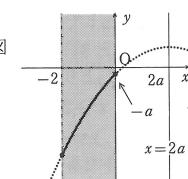
- (1) $a < -1$ のとき,
 $2a < -2$ であるから、グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = -2$ で最大値 $-9a - 4$ をとる。



- (2) $-1 \leq a \leq 0$ のとき,
 $-2 \leq 2a \leq 0$ であるから、グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = 2a$ で最大値 $4a^2 - a$ をとる。



- (3) $0 < a$ のとき、 $0 < 2a$ であるから、グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = 0$ で最大値 $-a$ をとる。

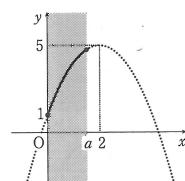


147 $y = -x^2 + 4x + 1$ を変形すると

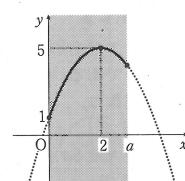
$$y = -(x-2)^2 + 5$$

放物線の軸は直線 $x = 2$ 、頂点は点 $(2, 5)$

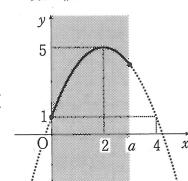
- (1) $[1] 0 < a < 2$ のとき
グラフは右の図の実線部分である。
 $x = a$ のとき
 $y = -a^2 + 4a + 1$
よって、 $x = a$ で最大値 $-a^2 + 4a + 1$ をとる。



- [2] $2 \leq a$ のとき
グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = 2$ で最大値 5 をとる。

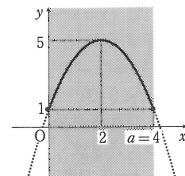


- [1], [2] から
 $0 < a < 2$ のとき $x = a$ で最大値 $-a^2 + 4a + 1$
 $2 \leq a$ のとき $x = 2$ で最大値 5
- (2) $[1] 0 < a < 4$ のとき
グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = 0$ で最小値 1 をとる。



- [2] $a = 4$ のとき

グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = 0, 4$ で最小値 1 をとる。



- [3] $4 < a$ のとき

グラフは右の図の実線部分である。
よって、 $x = a$ で最小値 $-a^2 + 4a + 1$ をとる。

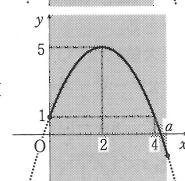
[1] ~ [3] から

$0 < a < 4$ のとき

$x = 0$ で最小値 1

$a = 4$ のとき $x = 0, 4$ で最小値 1

$4 < a$ のとき $x = a$ で最小値 $-a^2 + 4a + 1$



148 AB = x (m) とすると、

BC = $12 - 2x$ (m) である。

$x > 0$ かつ $12 - 2x > 0$ から
 $0 < x < 6$ ①

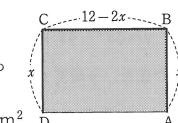
長方形 ABCD の面積を y m^2 とすると

$$y = x(12 - 2x) = -2x^2 + 12x$$

よって $y = -2(x-3)^2 + 18$

①において、 y は $x = 3$ すなわち AB = 3 で最大値 18 をとる。

よって、AB の長さを 3 m にすればよい。



149 売価を 100 円から x 円だけ値上げすると、

1 日の売り上げ個数は $(300 - 2x)$ 個になる。

$x \geq 0$ かつ $300 - 2x \geq 0$ から

$0 \leq x \leq 150$ ①

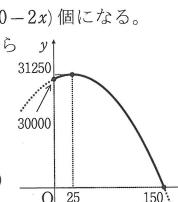
1 日の売り上げ金額を y 円とすると

$$y = (100 + x)(300 - 2x) \\ = -2x^2 + 100x + 30000$$

よって

$$y = -2(x-25)^2 + 31250$$

①において、 y は $x = 25$ で最大値 31250 をとる。
したがって、売価は 125 円にすればよい。



150 直角をはさむ 2 辺の一方の長さを x とする

と、他方は $12 - x$ である。

$x > 0$ かつ $12 - x > 0$ から

$0 < x < 12$ ①

斜辺の長さを y とすると、三平方の定理により

$$y^2 = x^2 + (12-x)^2$$

右辺を変形すると

$$x^2 + (12-x)^2$$

$$= 2x^2 - 24x + 144$$

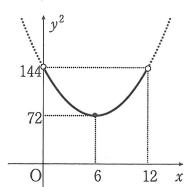
$$= 2(x-6)^2 + 72$$

①において、 y^2 は

$x=6$ で最小値 72 を

とる。

$y > 0$ であるから、 y^2 が最小となるとき y も最小となる。よって、求める最小値は $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$



- 151 (1) 頂点が点(1, -2)であるから、この2次関数は $y=a(x-1)^2-2$ の形に表される。

グラフが点(2, -3)を通るから

$$-3 = a(2-1)^2 - 2$$

よって $a=-1$

したがって $y=-(x-1)^2-2$

$$(y=-x^2+2x-3)$$

- (2) 頂点が点(-4, -1)であるから、この2次関数は $y=a(x+4)^2-1$ の形に表される。

グラフが点(-6, 7)を通るから

$$7 = a(-6+4)^2 - 1$$

よって $a=2$

したがって $y=2(x+4)^2-1$

$$(y=2x^2+16x+31)$$

- (3) 軸が直線 $x=2$ であるから、この2次関数は $y=a(x-2)^2+q$ の形に表される。

グラフが点(4, 1)を通るから

$$1 = a(4-2)^2 + q$$

点(6, -5)を通るから

$$-5 = a(6-2)^2 + q$$

よって $1 = 4a + q$,

$$-5 = 16a + q$$

これを解くと $a = -\frac{1}{2}$, $q = 3$

したがって $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$

$$\left(y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1\right)$$

- (4) 軸が直線 $x=-3$ であるから、この2次関数は $y=a(x+3)^2+q$ の形に表される。

グラフが点(0, 9)を通るから

$$9 = a(0+3)^2 + q$$

点(-2, -7)を通るから

$$-7 = a(-2+3)^2 + q$$

よって $9 = 9a + q$, $-7 = a + q$

これを解くと $a=2$, $q=-9$

したがって $y=2(x+3)^2-9$

$$(y=2x^2+12x+9)$$

$$152 \quad (1) \quad \begin{cases} 4a-2b+c=9 & \dots \dots \textcircled{1} \\ a-b+c=2 & \dots \dots \textcircled{2} \\ a+b+c=6 & \dots \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \text{ から } 3a-b=7 \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{2} \text{ から } 2b=4$$

$$\text{よって } b=2$$

$$b=2 \text{ を } \textcircled{4} \text{ に代入して } 3a-2=7$$

$$\text{よって } a=3$$

$$a=3, b=2 \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入して } c=1$$

$$\text{よって } a=3, b=2, c=1$$

$$(2) \quad \begin{cases} a+b+2c=9 & \dots \dots \textcircled{1} \\ a+2b+c=11 & \dots \dots \textcircled{2} \\ 2a+b+c=8 & \dots \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1} \text{ から } a+3b=13 \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{2} \text{ から } a-b=-3 \dots \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ を解いて } a=1, b=4$$

$$\text{これらを } \textcircled{2} \text{ に代入して } c=2$$

$$\text{よって } a=1, b=4, c=2$$

[参考] a , b , c の係数が対称であることを利用して次のように求めることもできる。

$$\textcircled{1}+\textcircled{2}+\textcircled{3} \text{ から } 4a+4b+4c=28$$

$$\text{よって } a+b+c=7 \dots \dots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{6} \text{ から } a=1$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{6} \text{ から } b=4$$

$$\textcircled{1}-\textcircled{6} \text{ から } c=2$$

$$(3) \quad \begin{cases} x-2y+z=8 & \dots \dots \textcircled{1} \\ 2x-y-z=1 & \dots \dots \textcircled{2} \\ 3x+6y+2z=-3 & \dots \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2} \text{ から } 3x-3y=9$$

$$\text{すなわち } x-y=3 \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \times 2 + \textcircled{3} \text{ から } 7x+4y=-1 \dots \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ を解いて } x=1, y=-2$$

$$\text{これらを } \textcircled{1} \text{ に代入して } z=3$$

$$\text{よって } x=1, y=-2, z=3$$

- 153 (1) 求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする。

グラフが3点(0, 3), (1, 0), (2, 1)を通るから

$$3=c \dots \dots \textcircled{1}$$

$$0=a+b+c \dots \dots \textcircled{2}$$

$$1=4a+2b+c \dots \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1} \text{ から } a+b=-3 \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{2} \text{ から } 3a+b=1 \dots \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ を解くと } a=2, b=-5$$

よって、求める2次関数は $y=2x^2-5x+3$

参考 ②, ③に $c=3$ を代入して得られる a , b の連立方程式

$$a+b=-3, \quad 2a+b=-1$$

を解いてもよい。

(2) 求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする。

グラフが3点 $(-1, 1)$, $(1, -5)$, $(3, 5)$ を通るから

$$1=a-b+c \quad \dots \dots \text{①}$$

$$-5=a+b+c \quad \dots \dots \text{②}$$

$$5=9a+3b+c \quad \dots \dots \text{③}$$

②-①から $2b=-6$

よって $b=-3$

③-②から $8a+2b=10$

すなわち $4a+b=5 \quad \dots \dots \text{④}$

$b=-3$ を ④に代入して $4a-3=5$

よって $a=2$

$a=2$, $b=-3$ を ①に代入して $c=-4$

よって、求める2次関数は $y=2x^2-3x-4$

154 (1) 放物線 $y=x^2-3x$ を平行移動した放物線をグラフにもつ2次関数は

$$y=x^2+bx+c$$

の形に表される。

グラフが2点 $(1, 2)$, $(2, 3)$ を通るから

$$2=1+b+c,$$

$$3=4+2b+c$$

すなわち $b+c=1$, $2b+c=-1$

これを解くと $b=-2$, $c=3$

よって、求める2次関数は

$$y=x^2-2x+3$$

(2) $y=-2x^2+8x-5$ を変形すると

$$y=-2(x-2)^2+3$$

この2次関数のグラフの頂点は

$$\text{点 } (2, 3)$$

よって、求める関数は

$$y=a(x-2)^2+3$$

の形に表される。

グラフが点 $(0, 7)$ を通るから

$$7=a(0-2)^2+3$$

これを解くと $a=1$

したがって、求める2次関数は

$$y=(x-2)^2+3 \quad (y=x^2-4x+7)$$

(3) $x=3$ で最小値4をとるから、 y は

$$y=a(x-3)^2+4$$

の形に表される。ただし、 $a>0$ である。

$x=5$ で $y=8$ となるから $8=a(5-3)^2+4$

よって $a=1$

これは、 $a>0$ を満たす。

したがって、求める2次関数は

$$y=(x-3)^2+4 \quad (y=x^2-6x+13)$$

155 $2x^2-8x+2=2(x-2)^2-6$ より、放物線

$$y=2x^2-8x+2 \text{ の頂点の座標は } (2, -6)$$

$$x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b \text{ より、放物線}$$

$$y=x^2+2ax+b \text{ の頂点の座標は}$$

$$(-a, -a^2+b)$$

$$\text{よって } -a=2, -a^2+b=-6$$

$$\text{これを解いて } a=-2, b=-2$$

156 $y=2x^2+4mx+4$ を変形すると

$$y=2(x+m)^2-2m^2+4$$

よって、放物線の頂点は

$$(-m, -2m^2+4)$$

この点が直線 $y=-x+3$ 上にあるから

$$-2m^2+4=-(-m)+3$$

$$\text{すなわち } 2m^2+m-1=0$$

左辺を因数分解すると

$$(m+1)(2m-1)=0$$

$$\text{よって } m+1=0 \text{ または } 2m-1=0$$

$$\text{したがって } m=-1, \frac{1}{2}$$

157 (1) 放物線 $y=2x^2-2bx+c$ が点 $(-1, 2)$

を通るから $2=2\cdot(-1)^2-2b\cdot(-1)+c$

$$\text{すなわち } c=-2b$$

(2) (1)より $c=-2b$ であるから

$$2x^2-2bx+c=2x^2-2bx-2b$$

$$=2\left(x-\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{2}-2b$$

$$\text{よって } y=2\left(x-\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2}{2}-2b$$

$$\text{ゆえに、放物線の頂点は } \left(\frac{b}{2}, -\frac{b^2}{2}-2b\right)$$

この点が直線 $y=-x-2$ 上にあるから

$$-\frac{b^2}{2}-2b=-\frac{b}{2}-2$$

$$\text{すなわち } b^2+3b-4=0$$

左辺を因数分解すると $(b-1)(b+4)=0$

$$\text{よって } b-1=0 \text{ または } b+4=0$$

$$\text{ゆえに } b=1, -4$$

$$b=1 \text{ のとき } c=-2\cdot 1=-2$$

$$b=-4 \text{ のとき } c=-2\cdot(-4)=8$$

したがって

$$b=1, c=-2 \text{ または } b=-4, c=8$$

158 (1) $z = x^2 + y^2$ とする。

$2x+y=1$ より $y=1-2x$ であるから

$$\begin{aligned} z &= x^2 + y^2 = x^2 + (1-2x)^2 \\ &= 5x^2 - 4x + 1 = 5\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \end{aligned}$$

よって、 z は $x = \frac{2}{5}$ で最小値 $\frac{1}{5}$ をとる。

このとき $y = 1 - 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

したがって $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{1}{5}$ のとき最小値 $\frac{1}{5}$

(2) $z = xy$ とする。

$x+2y+3=0$ より $x = -2y-3$ であるから

$$\begin{aligned} z &= xy = (-2y-3)y = -2y^2 - 3y \\ &= -2\left(y + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} \end{aligned}$$

よって、 z は $y = -\frac{3}{4}$ で最大値 $\frac{9}{8}$ をとる。

このとき $x = -2\left(-\frac{3}{4}\right) - 3 = -\frac{3}{2}$

したがって $x = -\frac{3}{2}$, $y = -\frac{3}{4}$ のとき最大値 $\frac{9}{8}$

159 $y = 2x^2 - 4ax + 3$ を変形すると

$$y = 2(x-a)^2 - 2a^2 + 3$$

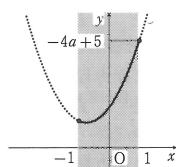
よって、放物線の軸は $x=a$

(1) $a < 0$ のとき、グラフは

右の図の実線部分である。

よって、 $x=1$ で最大値

$$-4a+5$$
 をとる。

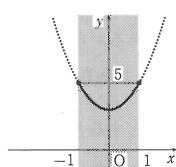


(2) $a=0$ のとき、グラフは

右の図の実線部分である。

よって、 $x=\pm 1$ で最大値

$$5$$
 をとる。

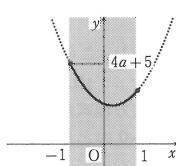


(3) $a > 0$ のとき、グラフは

右の図の実線部分である。

よって、 $x=-1$ で最大値

$$4a+5$$
 をとる。



160 $y = x^2 - 2x + 3$ を変形すると

$$y = (x-1)^2 + 2$$

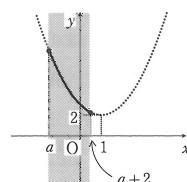
よって、放物線の軸は 直線 $x=1$,
頂点は 点 $(1, 2)$

(1) $a < -1$ のとき,
 $a+2 < 1$ であるから,
グラフは右の図の実線
部分である。

$x=a+2$ のとき

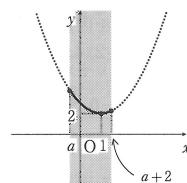
$$\begin{aligned} y &= ((a+2)-1)^2 + 2 \\ &= (a+1)^2 + 2 \\ &= a^2 + 2a + 3 \end{aligned}$$

よって、 $x=a+2$ で最小値 $a^2 + 2a + 3$ をとる。



(2) $-1 \leq a \leq 1$ のとき,
 $a \leq 1 \leq a+2$ であるから,
グラフは右の図の実線部
分である。

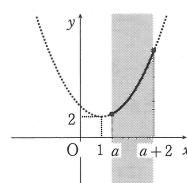
よって、 $x=1$ で最小値
2 をとる。



(3) $1 < a$ のとき、グラフは
右の図の実線部分である。
 $x=a$ のとき

$$y = a^2 - 2a + 3$$

よって、 $x=a$ で最小値
 $a^2 - 2a + 3$ をとる。



161 (1) $x+2=0$ または $x+5=0$

したがって、解は $x=-2, -5$

(2) $x=0$ または $x-9=0$

したがって、解は $x=0, 9$

(3) $3x-1=0$ または $x+3=0$

したがって、解は $x=\frac{1}{3}, -3$

(4) 左辺を因数分解すると $(x-1)(x-5)=0$

よって $x-1=0$ または $x-5=0$

したがって、解は $x=1, 5$

(5) 左辺を因数分解すると $(x-2)(x+7)=0$

よって $x-2=0$ または $x+7=0$

したがって、解は $x=2, -7$

(6) 左辺を因数分解すると $x(x-4)=0$

よって $x=0$ または $x-4=0$

したがって、解は $x=0, 4$

(7) 左辺を因数分解すると

$$(x+3)(3x+2)=0$$

よって $x+3=0$ または $3x+2=0$

したがって、解は $x=-3, -\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ (x+3)(3x+2)=0 \\ 3 \times 2 = 6 \\ \hline 3 \quad 6 \quad 11 \end{array}$$