

このとき  $m^2 + n^2 = (2k')^2 + (2l')^2$   
 $= 2[2(k')^2 + 2(l')^2]$

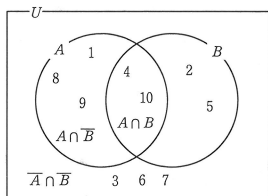
$2(k')^2 + 2(l')^2$  は整数であるから、 $m^2 + n^2$  は偶数である。

[2]  $m, n$  がともに奇数のとき

(1) と同様にして、 $m^2 + n^2$  は偶数であることが示される。

[1], [2] より、対偶は真であり、もとの命題も真である。

110  $A \cap \bar{B}$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{A} \cap \bar{B}$ ,  $U$  の要素を順に図に書き込んでいくと、次のようになる。



- (1)  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 8, 9, 10\}$   
 (2)  $A = \{1, 4, 8, 9, 10\}$   
 (3)  $\bar{B} = \{1, 3, 6, 7, 8, 9\}$

111  $A \cap B = \{3, 7\}$  であるから、 $B$  の要素について  $14 - a = 7$  または  $a + 1 = 7$

[1]  $14 - a = 7$  のとき  $a = 7$

このとき  $A = \{1, 3, 7\}$ ,  $B = \{3, 7, 8\}$  となり  $A \cap B = \{3, 7\}$  を満たす。

[2]  $a + 1 = 7$  のとき  $a = 6$

このとき  $A = \{1, 2, 6\}$  となり  $A \cap B = \{3, 7\}$  を満たさない。

以上から、 $a = 7$  であり、 $A \cup B = \{1, 3, 7, 8\}$  である。

112 (1)  $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$  など

(2)  $\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$  など

113 (1)  $b \neq 0$  と仮定する。

$a + b\sqrt{3} = 0$  から  $b\sqrt{3} = -a$

$b \neq 0$  であるから  $\sqrt{3} = -\frac{a}{b}$

$-\frac{a}{b}$  は有理数であるから、この等式は  $\sqrt{3}$  が無理数であることに矛盾する。

よって  $b = 0$

$b = 0$  のとき、 $a + 0 \cdot \sqrt{3} = 0$  から  $a = 0$

したがって、 $a = b = 0$  である。

(2) 与えられた等式を整理すると

$$-p - 2 + (p + q - 1)\sqrt{3} = 0$$

$-p - 2$ ,  $p + q - 1$  は有理数であるから

$$-p - 2 = 0, \quad p + q - 1 = 0$$

これを解いて  $p = -2$ ,  $q = 3$

114 (1) 水そうの水は 100 L から毎分 4 L ずつ減っていくから、 $x$  分後の水の量は

$$y = 100 - 4x \quad (\text{L})$$

残っている水の量について  $y \geq 0$  であるから

$$100 - 4x \geq 0$$

よって  $x \leq 25$

また、 $x \geq 0$  であるから、この関数の定義域は

$$0 \leq x \leq 25$$

したがって  $y = 100 - 4x$  ( $0 \leq x \leq 25$ )

(2) 周囲の長さが 28 cm である長方形の縦の長さ と横の長さの和は 14 cm

よって、縦の長さが  $x$  cm のとき、横の長さは

$(14 - x)$  cm となるから、長方形の面積は

$$y = x(14 - x) = -x^2 + 14x \quad (\text{cm}^2)$$

また、辺の長さについて

$$x > 0 \quad \text{かつ} \quad 14 - x > 0$$

よって、この関数の定義域は  $0 < x < 14$

したがって  $y = -x^2 + 14x$  ( $0 < x < 14$ )

115 (1)  $f(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 4 = 8 - 6 + 4 = 6$

(2)  $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 = 0 - 0 + 4 = 4$

(3)  $f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 4 = 2 + 3 + 4 = 9$

(4)  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 4 = 3$

(5)  $f(-\sqrt{2}) = 2 \cdot (-\sqrt{2})^2 - 3 \cdot (-\sqrt{2}) + 4$   
 $= 2 \cdot 2 + 3\sqrt{2} + 4 = 8 + 3\sqrt{2}$

(6)  $f(1 - \sqrt{3}) = 2 \cdot (1 - \sqrt{3})^2 - 3(1 - \sqrt{3}) + 4$   
 $= 2 \cdot (4 - 2\sqrt{3}) - 3(1 - \sqrt{3}) + 4$   
 $= 8 - 4\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{3} + 4$   
 $= 9 - \sqrt{3}$

(7)  $f(-a) = 2 \cdot (-a)^2 - 3 \cdot (-a) + 4$   
 $= 2a^2 + 3a + 4$

(8)  $f(a + 2) = 2(a + 2)^2 - 3(a + 2) + 4$   
 $= 2a^2 + 8a + 8 - 3a - 6 + 4$   
 $= 2a^2 + 5a + 6$

(9)  $f(a^2) = 2 \cdot (a^2)^2 - 3 \cdot a^2 + 4$   
 $= 2a^4 - 3a^2 + 4$

116 (1)  $f(1) = -2$  から  $a + b = -2$  …… ①

$f(3) = 4$  から  $3a + b = 4$  …… ②

①, ② を解いて  $a = 3$ ,  $b = -5$

(2)  $f(2)=2$  から  $2a+b=2$  …… ①

$f(-4)=14$  から  $-4a+b=14$  …… ②

①, ② を解いて  $a=-2, b=6$

(3)  $f(-3)=-\frac{1}{4}$  から  $-3a+b=-\frac{1}{4}$  …… ①

$f(-1)=\frac{5}{4}$  から  $-a+b=\frac{5}{4}$  …… ②

①, ② を解いて  $a=\frac{3}{4}, b=2$

(4)  $f(-2)=-\frac{5}{2}$  から  $-2a+b=-\frac{5}{2}$  …… ①

$f(-3)=-2$  から  $-3a+b=-2$  …… ②

①, ② を解いて  $a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{7}{2}$

117 (1) この関数のグラフは、 $y=x+2$  のグラフのうち、 $-2 \leq x \leq 1$  に対応する部分である。

$x=-2$  のとき

$y=-2+2=0$

$x=1$  のとき

$y=1+2=3$

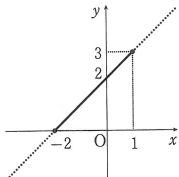
よって、グラフは右の図の実線部分である。

関数の値域は  $0 \leq y \leq 3$

また、この関数は

$x=1$  で最大値 3 をとり、

$x=-2$  で最小値 0 をとる。



(2) この関数のグラフは、 $y=-3x+4$  のグラフのうち、 $0 \leq x \leq 2$  に対応する部分である。

$x=0$  のとき

$y=-3 \cdot 0 + 4 = 4$

$x=2$  のとき

$y=-3 \cdot 2 + 4 = -2$

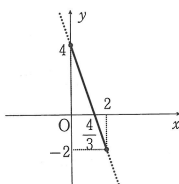
よって、グラフは右の図の実線部分である。

関数の値域は  $-2 \leq y \leq 4$

また、この関数は

$x=0$  で最大値 4 をとり、

$x=2$  で最小値 -2 をとる。



(3) この関数のグラフは、 $y=\frac{1}{2}x+4$  のグラフのうち、 $-2 \leq x \leq 2$  に対応する部分である。

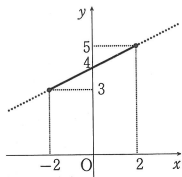
$x=-2$  のとき

$y=\frac{1}{2} \cdot (-2) + 4 = 3$

$x=2$  のとき

$y=\frac{1}{2} \cdot 2 + 4 = 5$

よって、グラフは右の図の実線部分である。



関数の値域は  $3 \leq y \leq 5$

また、この関数は  $x=2$  で最大値 5 をとり、  
 $x=-2$  で最小値 3 をとる。

(4) この関数のグラフは  $y=-\frac{1}{2}x+1$  のグラフの

うち、 $0 \leq x \leq 4$  に対応する部分である。

$x=0$  のとき

$y=-\frac{1}{2} \cdot 0 + 1 = 1$

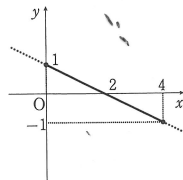
$x=4$  のとき

$y=-\frac{1}{2} \cdot 4 + 1 = -1$

よって、グラフは右の図の実線部分である。

関数の値域は  $-1 \leq y \leq 1$

また、この関数は  $x=0$  で最大値 1 をとり、  
 $x=4$  で最小値 -1 をとる。



118 (1) 第 2 象限 (2) 第 1 象限  
(3) 第 4 象限 (4) 第 3 象限

119  $x$  軸,  $y$  軸, 原点  
に関しての順に

(1)  $(3, -5), (-3, 5),$

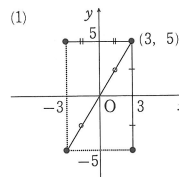
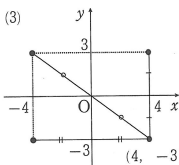
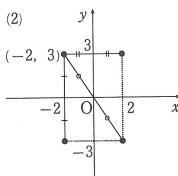
$(-3, -5)$

(2)  $(-2, -3), (2, 3),$

$(2, -3)$

(3)  $(4, 3), (-4, -3),$

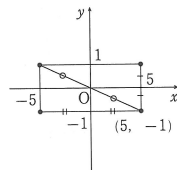
$(-4, 3)$



120 (1)  $y$  軸

(2) 原点

(3)  $x$  軸



121 (1) グラフは [図]

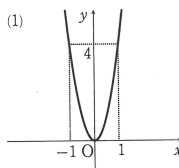
放物線は下に凸である。

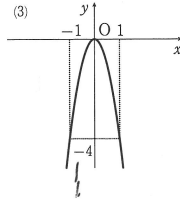
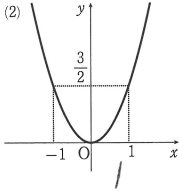
(2) グラフは [図]

放物線は下に凸である。

(3) グラフは [図]

放物線は上に凸である。





122 (1) グラフは [図]

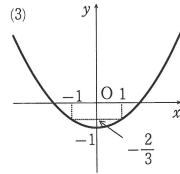
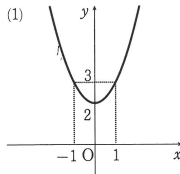
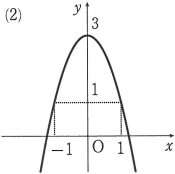
頂点は点  $(0, 2)$ ,  
軸は  $y$  軸

(2) グラフは [図]

頂点は点  $(0, 3)$ ,  
軸は  $y$  軸

(3) グラフは [図]

頂点は点  $(0, -1)$ ,  
軸は  $y$  軸



123 (1) グラフは [図]

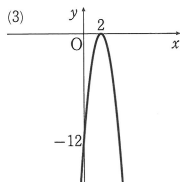
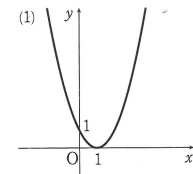
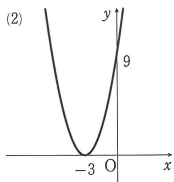
頂点は点  $(1, 0)$ ,  
軸は 直線  $x=1$

(2) グラフは [図]

頂点は点  $(-3, 0)$ ,  
軸は 直線  $x=-3$

(3) グラフは [図]

頂点は点  $(2, 0)$ ,  
軸は 直線  $x=2$

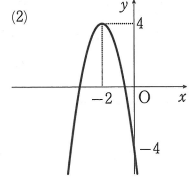
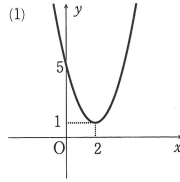


124 (1) グラフは [図]

頂点は点  $(2, 1)$ , 軸は 直線  $x=2$

(2) グラフは [図]

頂点は点  $(-2, 4)$ , 軸は 直線  $x=-2$

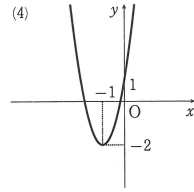
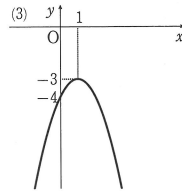


(3) グラフは [図]

頂点は点  $(1, -3)$ , 軸は 直線  $x=1$

(4) グラフは [図]

頂点は点  $(-1, -2)$ , 軸は 直線  $x=-1$

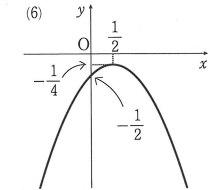
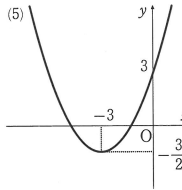


(5) グラフは [図]

頂点は点  $(-3, -\frac{3}{2})$ , 軸は 直線  $x=-3$

(6) グラフは [図]

頂点は点  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ , 軸は 直線  $x=\frac{1}{2}$



125 (1)  $y=3x^2+2$

(2)  $y=3\{x-(-3)\}^2$

すなわち  $y=3(x+3)^2$

(3)  $y=3(x-2)^2-2$

(4)  $y=3\{x-(-2)\}^2+3$

すなわち  $y=3(x+2)^2+3$

(5)  $y=3\{x-(-1)\}^2-5$

すなわち  $y=3(x+1)^2-5$

126 (1)  $x^2+2x=(x+1)^2-1^2=(x+1)^2-1$

(2)  $x^2-8x=(x-4)^2-4^2=(x-4)^2-16$

(3)  $x^2+4x+6=(x+2)^2-2^2+6$   
 $= (x+2)^2-4+6$   
 $= (x+2)^2+2$

$$(4) \quad x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 3^2 + 5 \\ = (x-3)^2 - 9 + 5 \\ = (x-3)^2 - 4$$

$$(5) \quad x^2 - 10x + 30 = (x-5)^2 - 5^2 + 30 \\ = (x-5)^2 - 25 + 30 \\ = (x-5)^2 + 5$$

$$(6) \quad x^2 + 3x = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

$$(7) \quad x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \\ = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 2 \\ = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

$$(8) \quad x^2 - 5x + 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6 \\ = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 6 \\ = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$(9) \quad x^2 + 7x + 14 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 14 \\ = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + 14 \\ = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

$$127 \quad (1) \quad 3x^2 - 12x = 3(x^2 - 4x) \\ = 3\{(x-2)^2 - 2^2\} \\ = 3(x-2)^2 - 3 \cdot 4 \\ = 3(x-2)^2 - 12$$

$$(2) \quad 2x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 2x) + 1 \\ = 2\{(x+1)^2 - 1^2\} + 1 \\ = 2(x+1)^2 - 2 \cdot 1 + 1 \\ = 2(x+1)^2 - 1$$

$$(3) \quad 3x^2 - 9x + 7 = 3(x^2 - 3x) + 7 \\ = 3\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right\} + 7 \\ = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{9}{4} + 7 \\ = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad -2x^2 - 8x - 10 = -2(x^2 + 4x) - 10 \\ = -2\{(x+2)^2 - 2^2\} - 10 \\ = -2(x+2)^2 + 2 \cdot 4 - 10 \\ = -2(x+2)^2 - 2$$

$$(5) \quad -x^2 + 3x - 2 = -(x^2 - 3x) - 2 \\ = -\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right\} - 2 \\ = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} - 2 \\ = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$(6) \quad -2x^2 - 10x + 3 = -2(x^2 + 5x) + 3 \\ = -2\left\{\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\} + 3 \\ = -2\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{25}{4} + 3 \\ = -2\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{31}{2}$$

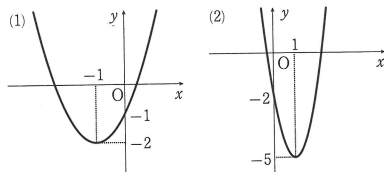
128 (1)  $x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 1^2 - 1 = (x+1)^2 - 2$   
よって、グラフは [図]

頂点は点  $(-1, -2)$ 、軸は直線  $x = -1$

$$(2) \quad 3x^2 - 6x - 2 = 3(x^2 - 2x) - 2 = 3\{(x-1)^2 - 1^2\} - 2 \\ = 3(x-1)^2 - 3 \cdot 1 - 2 = 3(x-1)^2 - 5$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(1, -5)$ 、軸は直線  $x = 1$



$$(3) \quad -2x^2 - 8x - 6 = -2(x^2 + 4x) - 6 = -2\{(x+2)^2 - 2^2\} - 6 \\ = -2(x+2)^2 + 2 \cdot 4 - 6 = -2(x+2)^2 + 2$$

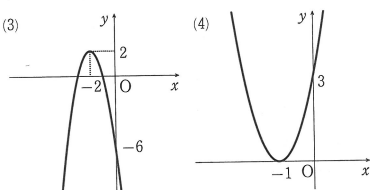
よって、グラフは [図]

頂点は点  $(-2, 2)$ 、軸は直線  $x = -2$

$$(4) \quad 3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x) + 3 \\ = 3\{(x+1)^2 - 1^2\} + 3 \\ = 3(x+1)^2 - 3 \cdot 1 + 3 = 3(x+1)^2$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(-1, 0)$ 、軸は直線  $x = -1$



$$(5) \quad x^2 + x - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ , 軸は直線  $x = -\frac{1}{2}$

$$(6) \quad -2x^2 + 6x = -2\left(x^2 - 3x\right)$$

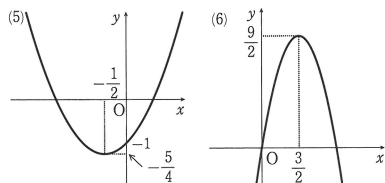
$$= -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right]$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{9}{4}$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ , 軸は直線  $x = \frac{3}{2}$



129 (1)  $\frac{1}{2}x^2 + 2x = \frac{1}{2}(x^2 + 4x)$

$$= \frac{1}{2}\{(x+2)^2 - 2^2\}$$

$$= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{1}{2} \cdot 4$$

$$= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(-2, -2)$ ,

軸は直線  $x = -2$

(2)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{10}{3} = \frac{1}{3}(x^2 - 4x) + \frac{10}{3}$

$$= \frac{1}{3}\{(x-2)^2 - 2^2\} + \frac{10}{3}$$

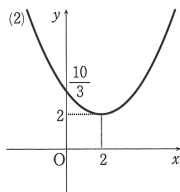
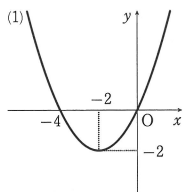
$$= \frac{1}{3}(x-2)^2 - \frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{10}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(x-2)^2 + 2$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(2, 2)$ ,

軸は直線  $x = 2$



(3)  $2x^2 - 3x - 2 = 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) - 2$

$$= 2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] - 2$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - 2 \cdot \frac{9}{16} - 2$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{8}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $\left(\frac{3}{4}, -\frac{25}{8}\right)$ ,

軸は直線  $x = \frac{3}{4}$

(4)  $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{1}{2}x\right)$

$$= -\frac{1}{2}\left[\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2\right]$$

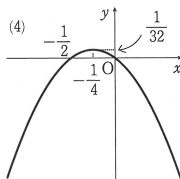
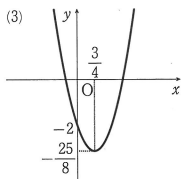
$$= -\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{32}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{32}\right)$ ,

軸は直線  $x = -\frac{1}{4}$



(5)  $(x-1)(x-4) = x^2 - 5x + 4$

$$= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4$$

$$= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 4$$

$$= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4})$ ,

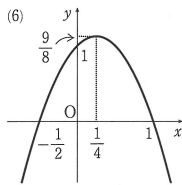
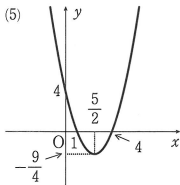
軸は直線  $x = \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad (2x+1)(1-x) &= -2x^2+x+1 \\
 &= -2\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)+1 \\
 &= -2\left[\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]+1 \\
 &= -2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+2\cdot\frac{1}{16}+1 \\
 &= -2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}
 \end{aligned}$$

よって、グラフは [図]

頂点は点  $(\frac{1}{4}, \frac{9}{8})$ ,

軸は直線  $x = \frac{1}{4}$



130  $y=2x^2-4x+3$  を変形すると

$$y=2(x-1)^2+1$$

$y=x^2-2ax+b$  を変形すると

$$y=(x-a)^2-a^2+b$$

よって、2つの放物線の頂点の座標はそれぞれ

$$(1, 1), (a, -a^2+b)$$

この2点が一一致するとき  $1=a, 1=-a^2+b$   
これを解いて  $a=1, b=2$

131  $y=x^2+2x-1$  を変形すると  $y=(x+1)^2-2$

(1)  $y=x^2-6x+12$  を変形すると

$$y=(x-3)^2+3$$

よって、頂点は点  $(-1, -2)$  から点  $(3, 3)$  に移動する。

したがって、 $x$  軸方向に4、 $y$  軸方向に5だけ平行移動すればよい。

(2)  $y=x^2+4x+4$  を変形すると  $y=(x+2)^2$

よって、頂点は点  $(-1, -2)$  から点  $(-2, 0)$  に移動する。

したがって、 $x$  軸方向に  $-1$ 、 $y$  軸方向に2だけ平行移動すればよい。

132 (1) 求める点の座標は  $(1+3, 2+(-2))$

すなわち  $(4, 0)$

(2) 求める点の座標は  $(-4+3, 5+(-2))$

すなわち  $(-1, 3)$

(3) 求める点の座標は  $(3+3, -1+(-2))$

すなわち  $(6, -3)$

133  $2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$  であるから

$$y=2(x-1)^2+1$$

(1) この平行移動によって、放物線

$y=2x^2-4x+3$  の頂点  $(1, 1)$  が移る点は

点  $(1+1, 1+(-3))$

すなわち 点  $(2, -2)$

よって、求める放物線の方程式は

$$y=2(x-2)^2-2$$

**注意** 右边を展開した式  $y=2x^2-8x+6$  を答としてもよい。以下、本書では、右边を展開した式を ( ) 内に記す。

(2) この平行移動によって、放物線

$y=2x^2-4x+3$  の頂点  $(1, 1)$  が移る点は

点  $(1+(-5), 1+2)$

すなわち 点  $(-4, 3)$

よって、求める放物線の方程式は

$$y=2(x+4)^2+3 \quad (y=2x^2+16x+35)$$

**別解** (1) 求める放物線の方程式は

$$y-(-3)=2(x-1)^2-4(x-1)+3$$

すなわち  $y=2x^2-8x+6$

(2) 求める放物線の方程式は

$$y-2=2\{x-(-5)\}^2-4\{x-(-5)\}+3$$

すなわち  $y=2x^2+16x+35$

134 (移動後の)放物線  $y=-2x^2+3x-1$  を  $x$  軸方向に  $-1$ 、 $y$  軸方向に2だけ平行移動すると

$$y-2=-2\{x-(-1)\}^2+3\{x-(-1)\}-1$$

すなわち  $y=-2x^2-x+2$

これが(移動前の)放物線  $y=ax^2+bx+c$  と一致するから  $a=-2, b=-1, c=2$

135  $2x^2-8x+11=2(x-2)^2+3$  から

$$y=2(x-2)^2+3$$

この放物線の頂点の座標は  $(2, 3)$

この点に対して、 $x$  軸、 $y$  軸、原点に関して対称な点の座標は、それぞれ

$$(2, -3), (-2, 3), (-2, -3)$$

また、下に凸である放物線に対して、 $x$  軸、原点に関して対称な放物線は上に凸である。

したがって、求める放物線の方程式は、それぞれ

$$y = -2(x-2)^2 - 3 \quad (y = -2x^2 + 8x - 11),$$

$$y = 2(x+2)^2 + 3 \quad (y = 2x^2 + 8x + 11),$$

$$y = -2(x+2)^2 - 3 \quad (y = -2x^2 - 8x - 11)$$

**別解**  $x$  軸、 $y$  軸、原点に関して対称な放物線は、それぞれ

$$y = -(2x^2 - 8x + 11)$$

すなわち  $y = -2x^2 + 8x - 11,$

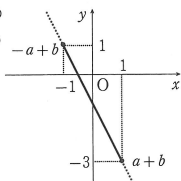
$$y = 2(-x)^2 - 8(-x) + 11$$

すなわち  $y = 2x^2 + 8x + 11,$

$$y = -[2(-x)^2 - 8(-x) + 11]$$

すなわち  $y = -2x^2 - 8x - 11$

136  $a < 0$  であるから、この関数のグラフは右下がりの直線の一部である。



よって  $x = -1$  のとき  $y = 1$

$x = 1$  のとき  $y = -3$

ゆえに  $-a + b = 1,$

$$a + b = -3$$

これを解いて  $a = -2, b = -1$

これは  $a < 0$  を満たす。

したがって  $a = -2, b = -1$

137 [1]  $a > 0$  のとき

この関数のグラフは、右上がりの直線の一部である。

よって

$x = -1$  のとき

$$y = -7$$

$x = 2$  のとき

$$y = 8$$

ゆえに  $-a + b = -7, 2a + b = 8$

これを解いて  $a = 5, b = -2$

これは  $a > 0$  を満たす。

[2]  $a = 0$  のとき

この関数は  $y = b$  となり、値域が  $-7 \leq y \leq 8$  とはならない。

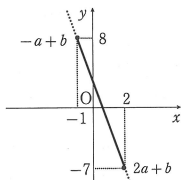
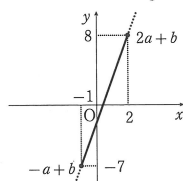
[3]  $a < 0$  のとき

この関数のグラフは、右下がりの直線の一部である。

よって

$x = -1$  のとき

$$y = 8$$



$x = 2$  のとき

$$y = -7$$

ゆえに  $-a + b = 8, 2a + b = -7$

これを解いて  $a = -5, b = 3$

これは  $a < 0$  を満たす。

[1] ~ [3] から

$$a = 5, b = -2$$

または  $a = -5, b = 3$

138 (1)  $x = 1$  で最小値 5 をとる。

最大値はない。

(2)  $x = 0$  で最大値 2 をとる。

最小値はない。

(3) 関数の式を変形すると  $y = (x-2)^2 - 8$

よって、 $x = 2$  で最小値  $-8$  をとる。

最大値はない。

(4) 関数の式を変形すると  $y = -2(x+1)^2 - 1$

よって、 $x = -1$  で最大値  $-1$  をとる。

最小値はない。

(5) 関数の式を変形すると  $y = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

よって、 $x = -\frac{5}{2}$  で最小値  $-\frac{9}{4}$  をとる。

最大値はない。

(6) 関数の式を変形すると  $y = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{8}$

よって、 $x = \frac{3}{4}$  で最大値  $\frac{1}{8}$  をとる。

最小値はない。

139 (1) 関数  $y = x^2$  ( $-3 \leq x \leq 1$ ) のグラフは [図] の実線部分である。

よって、値域は  $0 \leq y \leq 9$

また、 $y$  は  $x = -3$  で最大値 9 をとり、

$x = 0$  で最小値 0 をとる。

(2) 関数  $y = -x^2$  ( $-2 \leq x \leq 0$ ) のグラフは [図] の実線部分である。

よって、値域は  $-4 \leq y \leq 0$

また、 $y$  は  $x = 0$  で最大値 0 をとり、

$x = -2$  で最小値  $-4$  をとる。

