

## 第3節 1次不等式

### 6 不等式の性質

### 7 1次不等式

#### 不等式の性質

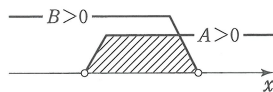
- |                      |                                      |
|----------------------|--------------------------------------|
| 1 $A < B$ ならば        | $A + C < B + C$                      |
| 2 $A < B$ ならば        | $A - C < B - C$                      |
| 3 $A < B, C > 0$ ならば | $AC < BC, \frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ |
| 4 $A < B, C < 0$ ならば | $AC > BC, \frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ |

#### 1次不等式の解き方

- 移項して、 $ax > b, ax < b, ax \geq b, ax \leq b$  の形に整理する。
- 両辺を  $x$  の係数  $a$  で割る。 $a < 0$  のときは不等号の向きが変わるので注意する。

#### 連立不等式の解き方

- 連立不等式  $\begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \end{cases}$  の解は、 $A > 0$  の解と  $B > 0$  の解の共通範囲である。
- $A < B < C$  は、 $A < B$  と  $B < C$  が同時に成り立つことと同じである。



## TRIAL A

63 次の1次方程式を解け。

→ 図 p.34 例 23

- (1)  $2x - 5 = 7$       \*(2)  $-6x + 3 = 4x - 12$       (3)  $3(2x + 4) = 5x$   
 \*(4)  $0.9x + 1 = 1.2x - 2$       (5)  $x = \frac{1}{2}x + 1$       \*(6)  $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{x + 1}{2}$

\*64 次の数量の大小関係を不等式で表せ。

→ 図 p.35 例 24

- ある数  $x$  を 2 で割って 3 を引いた数は  $x$  の 4 倍より大きい。
- 2 数  $a, b$  の積は負で、かつ  $-3$  以上である。
- 1 個 80 g の品物  $x$  個を 300 g のかご 1 つに全部入れたとき、全体の重さは 800 g 以下である。

\*65  $a < b$  のとき、次の 2 数の大小を不等号  $>$  または  $<$  で表せ。

→ 図 p.37

- (1)  $a + 3, b + 3$       (2)  $a - 4, b - 4$       (3)  $5a, 5b$   
 (4)  $-6a, -6b$       (5)  $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$       (6)  $\frac{a}{-5}, \frac{b}{-5}$   
 (7)  $2a - 1, 2b - 1$       (8)  $1 - a, 1 - b$       (9)  $-(a + 1), -(b + 1)$

66 次の不等式のうち、 $x=4$  が解であるものを選べ。 → 図p.38 例26

- ①  $2x+1 < 5$                       ②  $1-x < -2$                       ③  $-3x+5 \geq 0$

67 次の1次不等式を解け。 → 図p.38 例27, p.39 例28, p.40 例題8

- (1)  $8x-7 < 9$                       \*(2)  $2x+5 > -1$                       (3)  $x-16 \geq 5x$   
 (4)  $-x+12 \leq 2x$                       \*(5)  $7x+1 \leq 2x+6$                       (6)  $4x-3 \geq 2+3x$   
 (7)  $6x-5 > 8x+13$                       \*(8)  $7+2x < 5x-6$                       (9)  $2x+1 \geq 4(x+3)$   
 (10)  $3(2x+1) > x-2$                       \*(11)  $3(3x+1) < 7(x-2)$                       (12)  $3x-4 \leq 5(x+1)$

68 次の1次不等式を解け。 → 図p.40 例題9

- (1)  $\frac{1}{2}x > \frac{4}{5}x+3$                       \*(2)  $\frac{1-3x}{2} \leq 3(1-2x)$                       (3)  $\frac{x-1}{2} < \frac{4x+5}{3}$   
 \*(4)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6} \geq \frac{1}{4}x - 1$                       (5)  $\frac{5}{8}x + \frac{1}{2} < x + \frac{3}{4}$                       (6)  $\frac{x-6}{7} - \frac{x-5}{5} \leq -1$   
 \*(7)  $0.2x-1 \geq 0.4x-1.5$                       (8)  $0.2x-0.09 > 0.06x-0.3$

69 次の連立不等式を解け。 → 図p.41 例題10

- (1)  $\begin{cases} 3x+8 \geq 4x-3 \\ 2(3x+1) > x-2 \end{cases}$                       \*(2)  $\begin{cases} 5x+2 < 3(2x-1) \\ -4x-5 \leq 3-2x \end{cases}$   
 \*(3)  $\begin{cases} 2(2-x) \geq 3x+14 \\ \frac{x-5}{5} \leq \frac{x-6}{7} \end{cases}$                       (4)  $\begin{cases} 7(x+1) > 3(x+5) \\ 0.5x-0.7 < -0.2x+1 \end{cases}$

70 次の不等式を解け。 → 図p.42 例題11

- (1)  $-3x-2 < x < 0$                       (2)  $-3 \leq 5x+2 \leq 10$   
 \*(3)  $x < 3x+12 < 8$                       \*(4)  $\frac{3x-1}{6} \leq \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+2}{2}$   
 (5)  $-0.03 \leq 0.1-0.02x < 0.3$                       (6)  $2x-1 \leq x-3 < 3x-11$

## TRIAL B

71 次の1次不等式を解け。

- (1)  $7x - \sqrt{2} \geq x + \sqrt{7}$                       (2)  $3(x - \sqrt{5}) < 5x - \sqrt{5}$   
 (3)  $\sqrt{3}x - 1 > 2(x-1)$                       (4)  $\sqrt{2}(x-1) \leq x+1$

72 次の不等式を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ。 → 図 p.42 応用例題 5

(1)  $3(n+2) < 7n-15$                       \*(2)  $13(n+5) \geq 7n+200$

73 次の不等式を満たす最大の自然数  $n$  を求めよ。 → 図 p.42 応用例題 5

(1)  $2(5-n) > 4(n-3)$                       \*(2)  $\frac{n+4}{6} \leq \frac{11}{3} - \frac{n}{2}$

74 (1) 不等式  $6x+8(4-x) > 5$  の解のうち、 $2$ 桁<sup>けた</sup>の自然数をすべて求めよ。

\*(2) 不等式  $-\frac{1}{2} < \frac{1}{4}n + \frac{2}{3} < 1$  を満たす整数  $n$  をすべて求めよ。

\*75 300 円のケーキ A と 340 円のケーキ B を合わせて 15 個買い、200 円の箱に入れる。全体の予算が 5000 円以内で B をできるだけ多く買うとき、A、B はそれぞれ何個買えるか。 → 図 p.43 応用例題 6

◆76 16% の食塩水と 8% の食塩水を混ぜて、9% 以上 10% 以下の食塩水を 500 g 作りたい。16% の食塩水は何 g 以上何 g 以下にすればよいか。

77  $\frac{\sqrt{2}x-3}{6}$  の値の小数第 1 位を四捨五入すると 3 となるように  $x$  の値の範囲を定めよ。

78  $x$  についての不等式  $x+a \geq 4x+9$  について、次の問いに答えよ。

(1) 解が  $x \leq 2$  となるように、定数  $a$  の値を定めよ。

(2) 解が  $x = -1$  を含むように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。

▶ ヒント 76 食塩水に含まれる食塩の量を考える。16% の食塩水  $x$  g に含まれる食塩の量は

$$\left(x \times \frac{16}{100}\right) \text{g} \text{ である。}$$

77 小数第 1 位を四捨五入して 3 になる数は、2.5 以上で 3.5 より小さい。

## 8 絶対値を含む方程式・不等式

### 絶対値を含む方程式・不等式

$c$  が正の定数のとき 方程式  $|x|=c$  の解は  $x=\pm c$   
 不等式  $|x|<c$  の解は  $-c<x<c$   
 不等式  $|x|>c$  の解は  $x<-c, c<x$

### TRIAL A

79 次の方程式，不等式を解け。

→ 例 p.44 例 30

\*(1)  $|x|=4$                       (2)  $|x|=1$                       \*(3)  $|x|<9$   
 (4)  $|x|\leq 5$                       (5)  $|x|>6$                       \*(6)  $|x|\geq 1$

80 次の方程式，不等式を解け。

→ 例 p.45 例題 12

\*(1)  $|x-1|=3$                       (2)  $|x+1|=4$                       \*(3)  $|x-2|<4$   
 (4)  $|x+6|\leq 1$                       (5)  $|x-3|>2$                       \*(6)  $|x+5|\geq 8$

### TRIAL B

81 次の方程式，不等式を解け。

→ 例 p.46 補充問題 11

\*(1)  $|2x-3|=1$                       (2)  $|-x+4|=9$                       \*(3)  $|3x-2|>1$   
 (4)  $|7x-1|<1$                       \*(5)  $|2x+5|\leq 2$                       (6)  $|6-x|\geq 4$

例題  
**13**

$|x-2|$  の絶対値記号をはずせ。

**考え方**  $A\geq 0$  のとき  $|A|=A$ ,  $A<0$  のとき  $|A|=-A$

解答

$x-2\geq 0$  のとき  $|x-2|=x-2$

$x-2<0$  のとき  $|x-2|=-(x-2)=-x+2$

よって  $x\geq 2$  のとき  $|x-2|=x-2$

$x<2$  のとき  $|x-2|=-x+2$  答

\*82 次の式の絶対値記号をはずせ。

(1)  $|x+1|$                       (2)  $|4-x|$                       (3)  $|3x+2|$

▶ ヒント 81 (6)  $x$  の係数  $-1$  に注意。不等式の両辺を負の数で割ると，不等号の向きが変わる。

例題  
14方程式  $|x-6|=2x$  を解け。

→ 例 p.45 研究

**考え方**  $x$  の値の範囲で場合分けをし、絶対値記号をはずして解く。

## 解答

[1]  $x-6 \geq 0$  すなわち  $x \geq 6$  のとき

$$|x-6|=x-6 \text{ であるから } x-6=2x$$

$$\text{これを解くと } x=-6$$

これは  $x \geq 6$  を満たさない。⇐ 求めた  $x$  の値が[2]  $x-6 < 0$  すなわち  $x < 6$  のとき

$$|x-6|=-(x-6) \text{ であるから } -(x-6)=2x$$

$$\text{これを解くと } x=2 \quad \text{これは } x < 6 \text{ を満たす。}$$

 $x$  の条件を満たすかどうかを調べる。[1], [2] から、解は  $x=2$  **答**

83 次の方程式、不等式を解け。

→ 例 p.45 研究

(1)  $|x-3|=4x$

(2)  $|3x+2| < 2-x$

## 練習問題

**発展** 絶対値を2つ含む方程式例題  
15方程式  $|x|+|x-4|=6$  を解け。**考え方**  $x < 0$ ,  $0 \leq x < 4$ ,  $x \geq 4$  の3通りに場合分けをする。**解答** [1]  $x < 0$  のとき⇐  $x < 0$ ,  $x-4 < 0$ 

$$|x|=-x, |x-4|=-(x-4) \text{ であるから}$$

$$-x-(x-4)=6 \quad \text{これを解いて } x=-1$$

これは  $x < 0$  を満たす。[2]  $0 \leq x < 4$  のとき⇐  $x \geq 0$ ,  $x-4 < 0$ 

$$|x|=x, |x-4|=-(x-4) \text{ であるから}$$

$$x-(x-4)=6$$

これは成り立たないから、不適である。

[3]  $x \geq 4$  のとき⇐  $x > 0$ ,  $x-4 \geq 0$ 

$$|x|=x, |x-4|=x-4 \text{ であるから}$$

$$x+(x-4)=6 \quad \text{これを解いて } x=5$$

これは  $x \geq 4$  を満たす。[1]~[3] から、解は  $x=-1, 5$  **答**

84 次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|2x|+|x-5|=8$

(2)  $2|x+1|-|x-3| \leq 2x+1$