$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(b+c)(a+b)(a+c)=(a+b)(b+c)(c+a)$

(2) (与式)

$=(b+c)a^2+(b^2+3bc+c^2)a+(b^2c+bc^2)$

$=(b+c)a^2+(b^2+3bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=1\cdot(b+c)a^2+\{1\cdot bc+(b+c)^2\}a+(b+c)\cdot bc$

$=\{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\}=(a+b+c)(ab+bc+ca)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & b+c & \longrightarrow & b^2+2bc+c^2 \\ b+c & & bc & \longrightarrow & bc \\ \hline b+c & & bc(b+c) & & b^2+3bc+c^2 \end{array}$$

36 (1) (与式)$=a^3-3\cdot a^2\cdot 2+3\cdot a\cdot 2^2-2^3$

$=a^3-6a^2+12a-8$

(2) (与式)$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot 1+3\cdot 3x\cdot 1^2+1^3$

$=27x^3+27x^2+9x+1$

(3) (与式)$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2+(3y)^3$

$=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

(4) (与式)$=(4a)^3-3\cdot(4a)^2\cdot 3b+3\cdot 4a\cdot(3b)^2-(3b)^3$

$=64a^3-144a^2b+108ab^2-27b^3$

(5) (与式)$=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)=x^3+3^3=x^3+27$

(6) (与式)$=(a-1)(a^2+a\cdot 1+1^2)=a^3-1^3=a^3-1$

(7) (与式)$=(2a+b)\{(2a)^2-2a\cdot b+b^2\}=(2a)^3+b^3$

$=8a^3+b^3$

(8) (与式)$=(3x-5y)\{(3x)^2+3x\cdot 5y+(5y)^2\}$

$=(3x)^3-(5y)^3=27x^3-125y^3$

37 (1) (与式)$=x^3-4^3=(x-4)(x^2+x\cdot 4+4^2)$

$=(x-4)(x^2+4x+16)$

(2) (与式)$=(2a)^3+3^3=(2a+3)\{(2a)^2-2a\cdot 3+3^2\}$

$=(2a+3)(4a^2-6a+9)$

(3) (与式)$=(4a)^3-b^3=(4a-b)\{(4a)^2+4a\cdot b+b^2\}$

$=(4a-b)(16a^2+4ab+b^2)$

(4) (与式)$=(5x)^3+(2y)^3$

$=(5x+2y)\{(5x)^2-5x\cdot 2y+(2y)^2\}$

$=(5x+2y)(25x^2-10xy+4y^2)$

38 (1) (与式)

$=(x-1)(x-7)\times(x-3)(x-5)+15$

$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+15$

$=\{(x^2-8x)+7\}\{(x^2-8x)+15\}+15$

$=\{(x^2-8x)^2+22(x^2-8x)+105\}+15$

$=(x^2-8x)^2+22(x^2-8x)+120$

$=\{(x^2-8x)+12\}\{(x^2-8x)+10\}$

$=(x^2-8x+12)(x^2-8x+10)$

$=(x-2)(x-6)(x^2-8x+10)$

(2) (与式)$=(x-1)(x+3)\times(x-2)(x+4)+4$

$=(x^2+2x-3)(x^2+2x-8)+4$

$=\{(x^2+2x)-3\}\{(x^2+2x)-8\}+4$

$=\{(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24\}+4$

$=(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+28$

$=\{(x^2+2x)-4\}\{(x^2+2x)-7\}$

$=(x^2+2x-4)(x^2+2x-7)$

39 (1) (与式)$=2xy(8x^3+y^3)$

$=2xy\{(2x)^3+y^3\}$

$=2xy(2x+y)\{(2x)^2-2x\cdot y+y^2\}$

$=2xy(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$

(2) (与式)

$=(x^3)^2-(y^3)^2=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$

$=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

別解 (与式)

$=(x^2)^3-(y^2)^3$

$=(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)$

$=(x^2-y^2)\{(x^4+2x^2y^2+y^4)-x^2y^2\}$

$=(x^2-y^2)\{(x^2+y^2)^2-(xy)^2\}$

$=(x^2-y^2)\{(x^2+y^2)+xy\}\{(x^2+y^2)-xy\}$

$=(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

(3) (与式)

$=(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)$

$+(b^3-3b^2c+3bc^2-c^3)$

$+(c^3-3c^2a+3ca^2-a^3)$

$=-3(b-c)a^2+3(b^2-c^2)a-3bc(b-c)$

$=-3(b-c)a^2+3(b+c)(b-c)a-3bc(b-c)$

$=-3(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=-3(b-c)(a-b)(a-c)$

$=3(a-b)(b-c)(c-a)$

40 (1) $\dfrac{2}{5}=0.4$

(2) $\dfrac{5}{9}=0.555\cdots\cdots=0.\dot{5}$

(3) $\dfrac{2}{11}=0.181818\cdots\cdots=0.\dot{1}\dot{8}$

(4) $\dfrac{7}{8}=0.875$

(5) $\dfrac{4}{3}=1.333\cdots\cdots=1.\dot{3}$

(6) $\dfrac{19}{6}=3.1666\cdots\cdots=3.1\dot{6}$

41 (1)　自然数は　$\dfrac{21}{7}$，5

(2)　整数は　　-2，0，$\dfrac{21}{7}$，5

(3)　有理数は

$$-2,\ 0,\ \frac{21}{7},\ -\frac{9}{8},\ 5,\ \frac{2}{9},\ 0.12,\ 0.\dot{8}$$

(4)　無理数は　$\sqrt{2}$，π

参考　$\dfrac{21}{7}=3$ は整数であり，自然数でもある。

また，有限小数 0.12 は

$$0.12=\frac{12}{100}=\frac{3}{25},$$

循環小数 $0.\dot{8}$ は　　$0.\dot{8}=\dfrac{8}{9}$

のように分数で表すことができる。

すなわち，0.12，$0.\dot{8}$ は有理数である。

42　正しいものは　③，④

参考　① が正しくない例：$1-2=-1$

(2 つの自然数の差は，自然数とは限らない。)

② が正しくない例：$1\div 2=0.5$

(2 つの整数の商は，整数とは限らない。)

43 (1)　$|5|=5$　　(2)　$|-1|=1$

(3)　$|-2.5|=2.5$　　(4)　$\left|\dfrac{1}{3}\right|=\dfrac{1}{3}$

(5)　$|-5+2|=|-3|=3$

(6)　$|2|-|-7|=2-7=-5$

(7)　$\left|-\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right|=\left|\dfrac{-1-2+3}{6}\right|$

$=|0|=0$

(8)　$2-\sqrt{2}>0$ であるから

$|2-\sqrt{2}|=2-\sqrt{2}$

(9)　$\pi-3>0$，$\pi-4<0$ であるから

$|\pi-3|+|\pi-4|=\pi-3-(\pi-4)$

$=\pi-3-\pi+4=1$

44 (1)　$0.\dot{4}=0.444\cdots\cdots$

$x=0.444\cdots\cdots$ とすると　　$10x=4.444\cdots\cdots$

よって　　$10x-x=4$

$9x=4$

したがって　　$x=\dfrac{4}{9}$

(2)　$0.\dot{7}\dot{9}=0.797979\cdots\cdots$

$x=0.797979\cdots\cdots$ とすると　　$100x=79.7979\cdots\cdots$

よって　　$100x-x=79$

$99x=79$

したがって　　$x=\dfrac{79}{99}$

(3)　$0.2\dot{2}\dot{7}=0.2272727\cdots\cdots$

$x=0.2272727\cdots\cdots$ とすると

$10x=\ \ 2.272727\cdots\cdots$

$1000x=227.272727\cdots\cdots$

よって　　$1000x-10x=225$

$990x=225$

したがって　　$x=\dfrac{225}{990}=\dfrac{5}{22}$

(4)　$1.\dot{3}0\dot{6}=1.306306306\cdots\cdots$

$x=1.306306306\cdots\cdots$ とすると

$1000x=1306.306306\cdots\cdots$

よって　　$1000x-x=1305$

$999x=1305$

したがって　　$x=\dfrac{1305}{999}=\dfrac{145}{111}$

45　$\dfrac{8}{3}=2.66\cdots\cdots$，　　$-\dfrac{9}{8}=-1.125$，

$\sqrt{5}=2.23\cdots\cdots$，　　$\pi=3.14\cdots\cdots$，

$-\sqrt{3}=-1.73\cdots\cdots$，　　$2.\dot{3}=2.33\cdots\cdots$

よって，小さい順に並べると

$$-2,\ -\sqrt{3},\ -\frac{9}{8},\ 0,$$

$$\sqrt{5},\ 2.\dot{3},\ \frac{8}{3},\ 2.7,\ \pi,\ 5$$

46 (1)　$a=-8$ のとき

$|-8+5|+|-8-2|=|-3|+|-10|$

$=3+10=13$

$a=1$ のとき　　$|1+5|+|1-2|=|6|+|-1|$

$=6+1=7$

$a=4$ のとき　　$|4+5|+|4-2|=|9|+|2|$

$=9+2=11$

(2)　$a=-8$ のとき

$|1-(-8)|-|2\cdot(-8)+7|=|9|-|-9|$

$=9-9=0$

$a=1$ のとき　　$|1-1|-|2\cdot 1+7|=|0|-|9|$

$=0-9$

$=-9$

$a=4$ のとき　　$|1-4|-|2\cdot 4+7|=|-3|-|15|$

$=3-15$

$=-12$

47 (1)　5 の平方根は 2 乗すると 5 になる数であるから　　$\pm\sqrt{5}$

(2)　23 の平方根は 2 乗すると 23 になる数であるから　　$\pm\sqrt{23}$

(3) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$,

$-\sqrt{\dfrac{25}{64}}=-\sqrt{\left(\dfrac{5}{8}\right)^2}=-\dfrac{5}{8}$

(4) 7の平方根 $\pm\sqrt{7}$ は2乗すると7になる数であるから　$(\sqrt{7})^2=7$, $(-\sqrt{7})^2=7$

また　$\sqrt{7^2}=7$, $-\sqrt{7^2}=-7$

$(-7)^2=49=7^2$ であるから

$\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{7^2}=7$

48 (1) $\sqrt{2}\sqrt{7}=\sqrt{2\times7}=\sqrt{14}$

(2) $\sqrt{3}\sqrt{11}=\sqrt{3\times11}=\sqrt{33}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{6}{2}}=\sqrt{3}$

(4) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{27}{3}}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

49 (1) $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2}\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$

(2) $2\sqrt{11}=\sqrt{2^2}\sqrt{11}=\sqrt{2^2\times11}=\sqrt{44}$

(3) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3^2}}=\sqrt{\dfrac{2}{3^2}}=\sqrt{\dfrac{2}{9}}$

(4) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2^2}{3}}=\sqrt{\dfrac{4}{3}}$

50 (1) $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{3^2}\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{2^2}\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{2^2}\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{5^2}\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

51 (1) (与式)$=(5-1)\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}$

(2) (与式)$=(4-7+2)\sqrt{3}$

$=-\sqrt{3}$

(3) (与式)$=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$=(3+4)\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}$

(4) (与式)$=5\sqrt{3}+5\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=(5+5-4)\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$

(5) (与式)$=(3+1)\sqrt{2}+(-5-3)\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}-8\sqrt{3}$

(6) (与式)$=(3\sqrt{3}-2\sqrt{5})-(4\sqrt{3}-3\sqrt{5})$

$=(3-4)\sqrt{3}+(-2+3)\sqrt{5}$

$=-\sqrt{3}+\sqrt{5}$

52 (1) (与式)$=3\times2\times(\sqrt{2}\times\sqrt{5})$

$=6\sqrt{10}$

(2) (与式)$=\sqrt{3^2\times3}\times\sqrt{2^2\times3}$

$=3\sqrt{3}\times2\sqrt{3}$

$=6\times(\sqrt{3})^2$

$=6\times3$

$=18$

(3) (与式)$=\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{3\times5}$

$=(\sqrt{5})^2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

$=5\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=5\sqrt{6}$

(4) (与式)$=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{5}=2\times3-\sqrt{15}$

$=6-\sqrt{15}$

(5) (与式)$=3\sqrt{2}\times\sqrt{6}-2\sqrt{6}\times\sqrt{6}$

$=3\times2\sqrt{3}-2\times6$

$=6\sqrt{3}-12$

(6) (与式)$=4\sqrt{2}\times3\sqrt{2}-4\sqrt{2}\times2\sqrt{7}$

$+\sqrt{7}\times3\sqrt{2}-\sqrt{7}\times2\sqrt{7}$

$=12\times2-8\sqrt{14}+3\sqrt{14}-2\times7$

$=(24-14)+(-8+3)\sqrt{14}$

$=10-5\sqrt{14}$

(7) (与式)$=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}-3\sqrt{3}\times2\sqrt{6}$

$-2\sqrt{6}\times\sqrt{3}+2\sqrt{6}\times2\sqrt{6}$

$=3\times3-6\times3\sqrt{2}-2\times3\sqrt{2}+4\times6$

$=9-18\sqrt{2}-6\sqrt{2}+24$

$=(9+24)+(-18-6)\sqrt{2}$

$=33-24\sqrt{2}$

53 (1) (与式)$=(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$=5+2\sqrt{10}+2$

$=7+2\sqrt{10}$

(2) (与式)$=(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}\cdot3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2$

$=3-6\sqrt{6}+9\times2$

$=21-6\sqrt{6}$

(3) (与式)$=(\sqrt{6})^2-2\sqrt{6}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$=6-2\times3\sqrt{2}+3$

$=9-6\sqrt{2}$

(4) (与式)$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2=7-5=2$

(5) (与式)$=4^2-(\sqrt{3})^2=16-3=13$

(6) (与式)$=(2\sqrt{6})^2-(3\sqrt{2})^2=24-18=6$

54 (1) (与式)$=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

(2) (与式)$=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

(3) (与式)$=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

(4)　(与式)$=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$

55　(1)　(与式)$=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

(2)　(与式)$=\dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\dfrac{2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=2\sqrt{3}+3$

(3)　(与式)$=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{(\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{6})}$

$=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{30}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{30}}{2-6}$

$=-\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{30}}{4}$

(4)　(与式)$=\dfrac{2\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{6\sqrt{2}+2\sqrt{10}}{3^2-(\sqrt{5})^2}=\dfrac{6\sqrt{2}+2\sqrt{10}}{4}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$

(5)　(与式)$=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$=\dfrac{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}+1^2}{(\sqrt{2})^2-1^2}$

$=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

(6)　(与式)$=\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{(\sqrt{6})^2-2\sqrt{6}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{6-2\times2\sqrt{3}+2}{4}=\dfrac{8-4\sqrt{3}}{4}=2-\sqrt{3}$

56　$\boxed{\text{指針}}$　$\sqrt{(x+a)^2}$ の値

xの値を代入して根号内の式を計算する。答は必ず0以上になることに注意する。

(1)　$\sqrt{(4-2)^2}=\sqrt{2^2}=2$

(2)　$\sqrt{(2-2)^2}=\sqrt{0^2}=0$

(3)　$\sqrt{(1-2)^2}=\sqrt{(-1)^2}=\sqrt{1}=1$

57　(1)　(与式)$=(\sqrt{3^2\times6}+\sqrt{2^2\times7})$

$-(\sqrt{3^2\times7}-\sqrt{4^2\times6})$

$=3\sqrt{6}+2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+4\sqrt{6}$

$=7\sqrt{6}-\sqrt{7}$

(2)　(与式)$=(\sqrt{18})^2+2\sqrt{18}\sqrt{24}+(\sqrt{24})^2$

$=18+2\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}+24$

$=42+12\times2\sqrt{3}$

$=42+24\sqrt{3}$

(3)　(与式)$=\sqrt{5}\sqrt{40}-\sqrt{5}\sqrt{20}$

$=\sqrt{5\times(2^3\times5)}-\sqrt{5\times(2^2\times5)}$

$=5\times2\sqrt{2}-5\times2$

$=10\sqrt{2}-10$

(4)　(与式)$=(\sqrt{2^2\times3}-\sqrt{5^3})(\sqrt{4^2\times3}-\sqrt{5})$

$=(2\sqrt{3}-5\sqrt{5})(4\sqrt{3}-\sqrt{5})$

$=2\sqrt{3}\times4\sqrt{3}-2\sqrt{3}\sqrt{5}$

$-5\sqrt{5}\times4\sqrt{3}+5\sqrt{5}\sqrt{5}$

$=8\times3-2\sqrt{15}-20\sqrt{15}+5\times5$

$=(24+25)+(-2-20)\sqrt{15}$

$=49-22\sqrt{15}$

(5)　(与式)

$=\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5}}-\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{10}-\dfrac{\sqrt{5}}{15}$

$=\dfrac{6\sqrt{5}-3\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{30}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{30}$

(6)　(与式)$=\dfrac{(\sqrt{3}+2\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

(分母)$=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2$

$=4\times3-2=10$

(分子)$=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{2}+2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}$

$+2\sqrt{2}\sqrt{2}$

$=2\times3+\sqrt{6}+4\sqrt{6}+2\times2$

$=10+5\sqrt{6}$

よって　(与式)$=\dfrac{10+5\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}$

(7)　(与式)

$=\dfrac{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}-\dfrac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)}$

$=\dfrac{(\sqrt{5})^2+(-3-1)\sqrt{5}+(-3)\cdot(-1)}{(\sqrt{5})^2-1^2}$

$-\dfrac{(\sqrt{5})^2+(1+3)\sqrt{5}+1\cdot3}{(\sqrt{5})^2-3^2}$

$=\dfrac{8-4\sqrt{5}}{4}-\dfrac{8+4\sqrt{5}}{-4}$

$=2-\sqrt{5}+(2+\sqrt{5})=4$

(8) (与式)

$$=\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$$

$$=\frac{1+\sqrt{2}}{1^2-(\sqrt{2})^2}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3})^2-2^2}$$

$$=-(1+\sqrt{2})+(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+2)$$

$$=-3$$

58 (1) $x+y=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$$=\frac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$$

(2) $xy=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$$=\frac{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}{2^2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$$=(\sqrt{7})^2-2\cdot\frac{1}{2}=7-1=6$$

(4) $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=\frac{1}{2}\cdot 6=3$

(5) $x^3+y^3=(x+y)\{(x^2+y^2)-xy\}$

$$=\sqrt{7}\cdot\left(6-\frac{1}{2}\right)=\frac{11\sqrt{7}}{2}$$

(6) $x^5y^2+x^2y^5=x^2y^2(x^3+y^3)=(xy)^2(x^3+y^3)$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{11\sqrt{7}}{2}=\frac{11\sqrt{7}}{8}$$

59 指針 分母に根号を含む式の値

有理化して分母に根号を含まない形にしてから値を代入する。

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$=\frac{1.4142}{2}=0.7071$$

(2) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$$=\frac{6-2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2-1^2}$$

$$=3-\sqrt{3}=3-1.7321$$

$$=1.2679$$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$$=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{-1}$$

$$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

$$=3\times 1.4142-2\times 1.7321$$

$$=4.2426-3.4642$$

$$=0.7784$$

60 (1) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$=2+\sqrt{3}$$

$\sqrt{3}=1.73\cdots\cdots$ であるから

$$2+\sqrt{3}=3.73\cdots\cdots$$

よって $a=3$,

$$b=(2+\sqrt{3})-a$$

$$=(2+\sqrt{3})-3$$

$$=\sqrt{3}-1$$

(2) $a+2b+b^2+1$

$$=3+2(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}-1)^2+1$$

$$=3+2\sqrt{3}-2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}+1^2+1$$

$$=6$$

別解 $a+2b+b^2+1=a+(b+1)^2$

$$=3+\{(\sqrt{3}-1)+1\}^2$$

$$=3+(\sqrt{3})^2$$

$$=6$$

61 (1) (与式)

$$=\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}\}$$

$$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$$

$$=\{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\}-5$$

$$=(5+2\sqrt{6})-5=2\sqrt{6}$$

(2) (1) の結果を利用すると

$$(\text{与式})=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}$$

$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}$$

62 (1) $(\text{与式})=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot 1}}=\sqrt{3}+\sqrt{1}$

$$=\sqrt{3}+1$$

(2) $(\text{与式})=\sqrt{9+2\sqrt{14}}=\sqrt{(7+2)+2\sqrt{7\cdot 2}}$

$$=\sqrt{7}+\sqrt{2}$$

(3) $(\text{与式})=\sqrt{6-2\sqrt{8}}=\sqrt{(4+2)-2\sqrt{4\cdot 2}}$

$$=\sqrt{4}-\sqrt{2}=2-\sqrt{2}$$

(4) (与式)$=\sqrt{\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}}=\dfrac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{(5+3)-2\sqrt{5\cdot 3}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

63 (1) 移項すると　$2x=7+5$
すなわち　$2x=12$
両辺を 2 で割って　$x=6$
(2) 移項すると　$-6x-4x=-12-3$
すなわち　$-10x=-15$
両辺を -10 で割って　$x=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$
(3) 左辺を展開すると　$6x+12=5x$
移項すると　$6x-5x=-12$
すなわち　$x=-12$
(4) 両辺に 10 を掛けて　$9x+10=12x-20$
移項すると　$9x-12x=-20-10$
すなわち　$-3x=-30$
両辺を -3 で割って　$x=10$
(5) 両辺に 2 を掛けて　$2x=x+2$
移項すると　$2x-x=2$
すなわち　$x=2$
(6) 両辺に 6 を掛けて　$4x-6=3(x+1)$
右辺を展開すると　$4x-6=3x+3$
移項すると　$4x-3x=3+6$
すなわち　$x=9$

64 (1) $\dfrac{x}{2}-3>4x$
(2) $-3\leqq ab<0$
(3) $80x+300\leqq 800$

65 (1) $a+3<b+3$　(2) $a-4<b-4$
(3) $5a<5b$　(4) $-6a>-6b$
(5) $\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$　(6) $\dfrac{a}{-5}>\dfrac{b}{-5}$
(7) $a<b$ の両辺に 2 を掛けると　$2a<2b$
さらに両辺から 1 を引くと　$2a-1<2b-1$
(8) $a<b$ の両辺に -1 を掛けると，不等号の向きが変わるから　$-a>-b$
さらに 両辺に 1 を足すと　$1-a>1-b$
(9) $a<b$ の両辺に 1 を足すと　$a+1<b+1$
さらに両辺に -1 を掛けると，不等号の向きが変わるから　$-(a+1)>-(b+1)$

66 $x=4$ のときの左辺の値を調べる。
① $2\cdot 4+1=9>5$
② $1-4=-3<-2$
③ $-3\cdot 4+5=-7<0$
よって，①～③の不等式のうち $x=4$ が解であるものは　②

67 (1) 移項すると　$8x<9+7$
整理すると　$8x<16$
両辺を 8 で割って　$x<2$
(2) 移項すると　$2x>-1-5$
整理すると　$2x>-6$
両辺を 2 で割って　$x>-3$
(3) 移項すると　$x-5x\geqq 16$
整理すると　$-4x\geqq 16$
両辺を -4 で割って　$x\leqq -4$
(4) 移項すると　$-x-2x\leqq -12$
整理すると　$-3x\leqq -12$
両辺を -3 で割って　$x\geqq 4$
(5) 移項すると　$7x-2x\leqq 6-1$
整理すると　$5x\leqq 5$
両辺を 5 で割って　$x\leqq 1$
(6) 移項すると　$4x-3x\geqq 2+3$
整理すると　$x\geqq 5$
(7) 移項すると　$6x-8x>13+5$
整理すると　$-2x>18$
両辺を -2 で割って　$x<-9$
(8) 移項すると　$2x-5x<-6-7$
整理すると　$-3x<-13$
両辺を -3 で割って　$x>\dfrac{13}{3}$
(9) 展開すると　$2x+1\geqq 4x+12$
移項すると　$2x-4x\geqq 12-1$
整理すると　$-2x\geqq 11$
両辺を -2 で割って　$x\leqq -\dfrac{11}{2}$
(10) 展開すると　$6x+3>x-2$
移項すると　$6x-x>-2-3$
整理すると　$5x>-5$
両辺を 5 で割って　$x>-1$
(11) 展開すると　$9x+3<7x-14$
移項すると　$9x-7x<-14-3$
整理すると　$2x<-17$
両辺を 2 で割って　$x<-\dfrac{17}{2}$
(12) 展開すると　$3x-4\leqq 5x+5$
移項すると　$3x-5x\leqq 5+4$
整理すると　$-2x\leqq 9$
両辺を -2 で割って　$x\geqq -\dfrac{9}{2}$