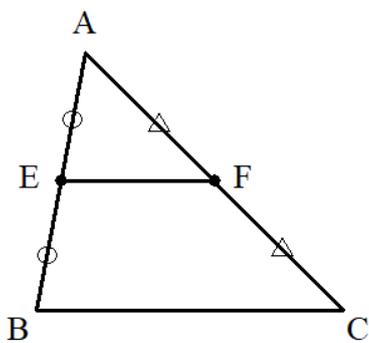


解説を始める前に、

- ① 中点連結定理 ② 平行四辺形・ひし形の条件
を確認しておくよ。

① 中点連結定理



$\triangle ABC$ において、
AB の中点を E、AC の中点を F として
線分 EF をつくる。
線分 BC と線分 EF の関係は

$$BC \parallel EF \quad BC = 2EF$$

これが中点連結定理である。

② 平行四辺形とひし形の条件

・平行四辺形の条件

- (i) 2組の向かい合う辺が平行である
- (ii) 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい
- (iii) 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい
- (iv) 対角線がそれぞれの中点で交わる
- (v) 1組の向かい合う辺が等しくて平行である

・ひし形の条件

- 平行四辺形の条件 +
- (i) 全ての辺が等しい
 - (ii) 対角線は垂直に交わる

以上の内容を知っていれば解ける問題です。

(1) $\triangle APR$ と $\triangle ABC$ において、中点連結定理より

$$BC \parallel PR \quad \dots \textcircled{1} \quad PR = \frac{1}{2} BC \quad \dots \textcircled{2}$$

$\triangle DSQ$ と $\triangle DBC$ において、中点連結定理より

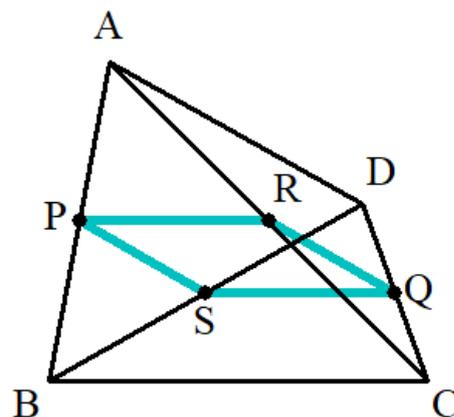
$$BC \parallel SQ \quad \dots \textcircled{3} \quad SQ = \frac{1}{2} BC \quad \dots \textcircled{4}$$

①、③より、 $PR \parallel SQ$

②、④より、 $PR = SQ$

1組の向かい合う辺が等しくて平行であるから、

四角形 PSQR は平行四辺形である。 平行四辺形条件(v)



(2) $\triangle BPS$ と $\triangle BAD$ において、中点連結定理より

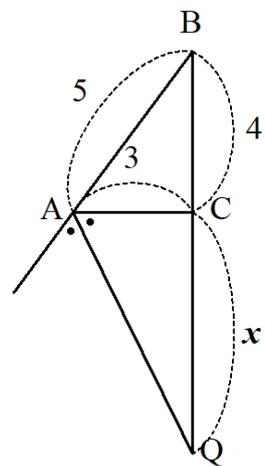
$$PS = \frac{1}{2} AD \quad \dots \textcircled{5}$$

$BC = AD$ と ②、⑤より、 $PR = PS$

4つの辺すべてが等しいので、四角形 PSQR はひし形である。 ひし形条件(i)

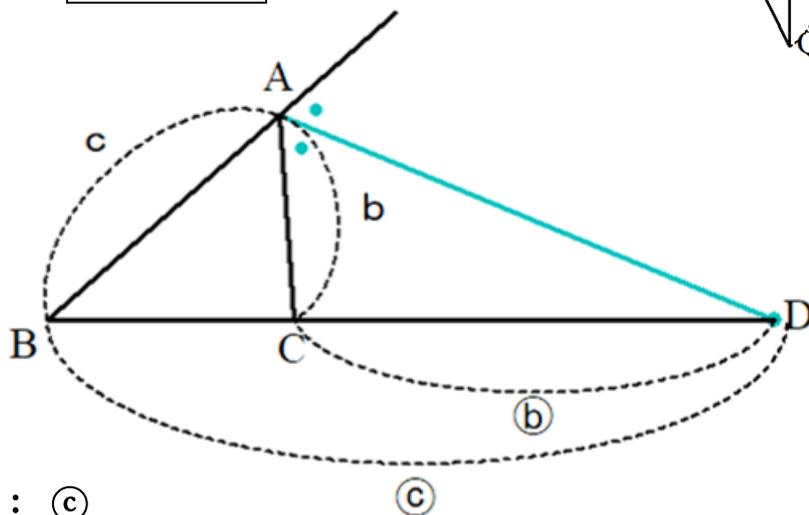
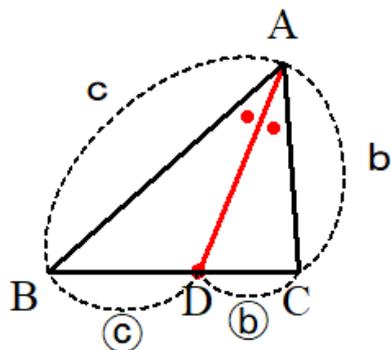
問題文から右図がかければOK。

ここで、
内角の二等分線と、外角の二等分線における比の関係を確認しておこう。



内角の二等分線

外角の二等分線



ともに $b : c = (b) : (c)$

どちらの比も

CからD、DからBへ

直線BCと二等分線との交点Dを経由していることが読み取れる。

この動きを意識しておけばよい。

これをふまえると、

今回の問題は外角の二等分線を使うことがわかるので、比の式を組み立てよう。

$AB : AC = BQ : QC$ であるから、

$$5 : 3 = (4 + x) : x \quad 5x = 3(4 + x) \quad 5x = 12 + 3x \quad 2x = 12 \quad x = 6$$

よって、 $CQ = 6$